

The background of the slide is a high-resolution astronomical photograph. It depicts a dense field of stars, many of which appear as bright blue-white points of light against the dark cosmic background. To the right and bottom of the frame, there is a large, intricate nebula with a rich reddish-orange hue, showing complex filamentary and clumpy structures. The overall scene suggests a star-forming region or a young star cluster.

Karakteristike zvezda

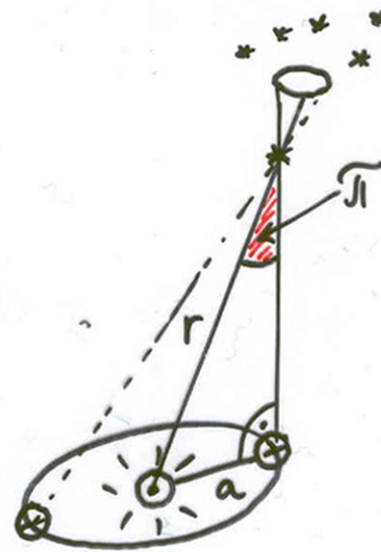
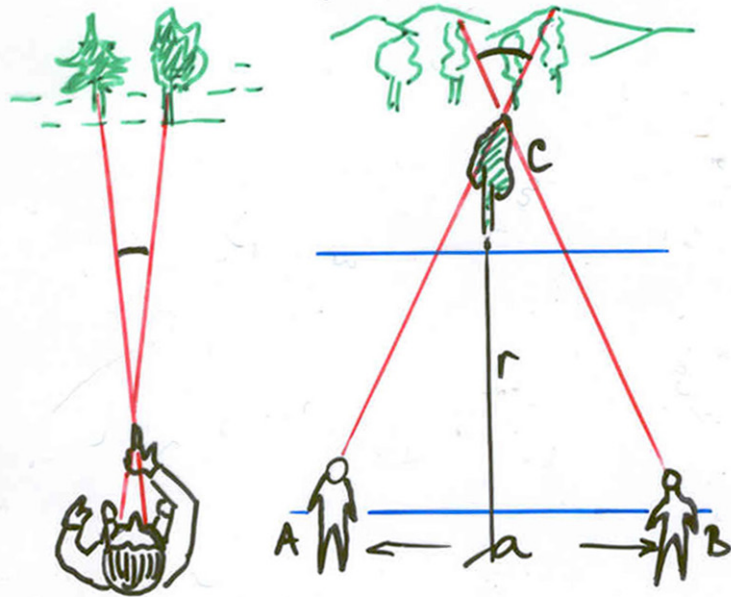
Karakteristike zvezda

- Osnovni fizički parametri koji karakterišu zvezdu su:
 - masa
 - sjaj (luminoznost)
 - temperatura
 - radijus

Rastojanja do zvezda

- Da bi se odredili osnovni parametri koji karakterišu zvezde neophodno je poznavati rastojanje do zvezda
- Prvi, direktni i najtačniji metod odredjivanja rastojanja do zvezda je **metod trigonometrijske paralakse**

METOD GODIŠNJE (TRIGONOMETRIJSKE) PARALAKSE



Metod
trigonometrijske
paralakse

GODIŠNJA ILI TRIGONOMETRIJSKA PARALAKSA ZVEZDE π

JE NAJVEĆI UGAO POD KOJIM BI SE SA ZVEZDE (NA HELIOCENTR. RASTOJANJU r) VIDEO RADIJUS ŽEMJINE ORBITE (a) NORMALAN NA PRAVAC ŽEMJA - ZVEZDA

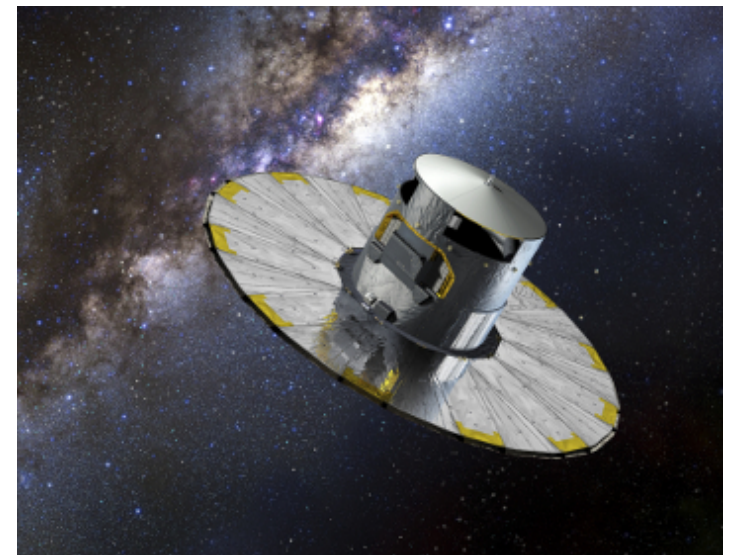
$$\sin \pi \approx \pi [\text{rad}] = \frac{a}{r}$$

$$\pi ["] = 206265 \frac{a}{r}$$

1838. g.	Bessel	61 Cygni	0".31 (sadašnjaja: 0".294)
1839. g.	Henderson	α Centauri	0".91 (- - : 0".75)
1839. g.	Struve	α Lyrae	0".26 (- - : 0".12)

Određivanje rastojanja do zvezda i drugih nebeskih tela je **jedan od najvećih problema u astronomiji!**

- Satelit Hipparcos (**H**igh **P**recision **P**arallax **C**ollecting **S**atellite)
 - Izmerene paralakse za oko 120000 zvezda sa tačnošću $0''.002$
- **GAIA** satelit
 - 3D mapa milijardu objekata
 - 10ine hiljada planeta tipa Jupitera oko drugih zvezda



JEDINICE ZA DAJINE

- 1 A.J. = 149 597 870 km (srednje rastojanje Sunce - Zemlja)
(za rastojanja u S. sistemu)
- 1 pc /paralaksa - sekunda/ je rastojanje koje odgovara godišnjoj paralaksi od 1" :

$$r[\text{pc}] = \frac{1}{\pi["]}$$

$$r[\text{A.J.}] = \frac{206265}{\pi["]}$$

$$\underline{1 \text{ pc} = 206265 \text{ A.J.} = 3.0857 \cdot 10^{13} \text{ km}}$$

$$1 \text{ kpc} = 10^3 \text{ pc} ; \quad 1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc}$$

- 1 sv. god. je rastojanje koje pređe svetlost za godinu dana putujući konstantnom brzinom od 300.000 km/s

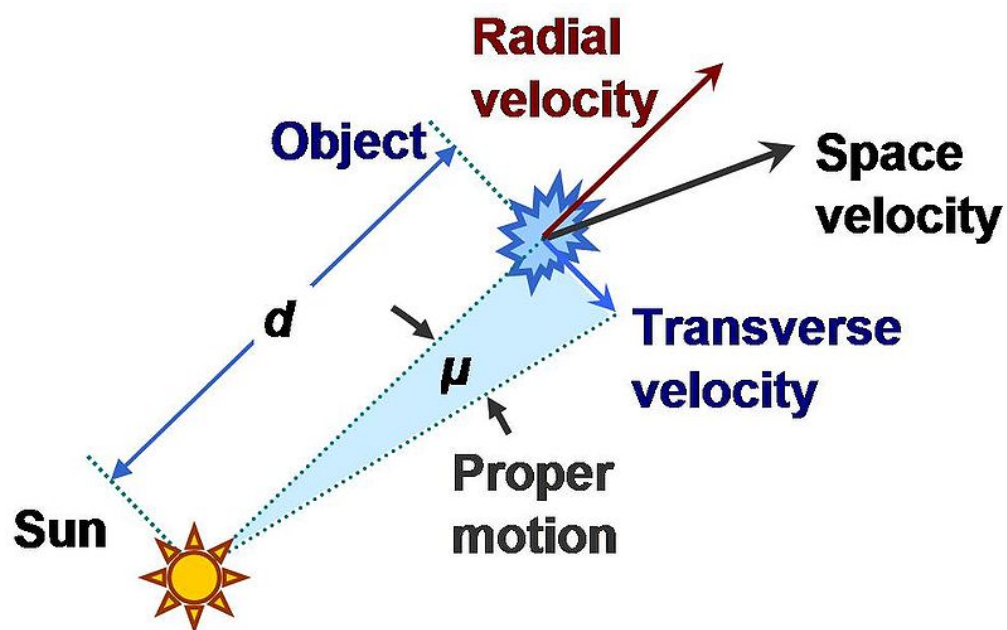
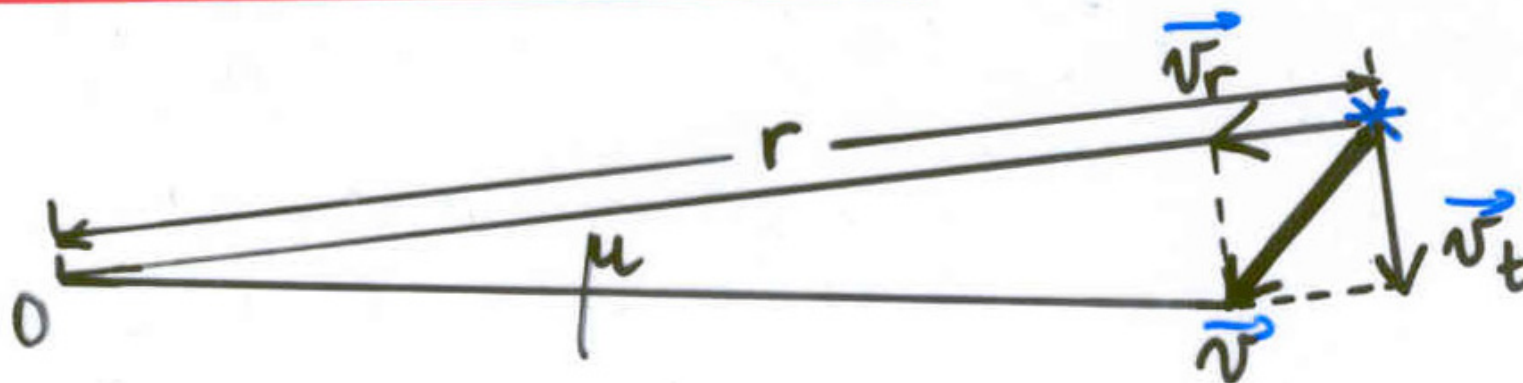
$$\underline{1 \text{ pc} = 3.26 \text{ sv. god.}}$$

Paralaksy i daljine do najbližih zvezda

	$\pi ["]$	$r [pc]$	$r [sv. god.]$
• α Centauri (Proxima)	0.750 0.772	1.33 1.29	4.3 4.2
• Barnardova *	0.545	1.83	6.0
• Sirius	0.377	2.65	8.6
• 61 Cygni	0.294	3.40	11.1

Kretanje zvezda

PROSTORNE BRZINE ZVEZDA



Radijalna brzina zvezde

RADIJALNA BRZINA ZVEZDE (BRZINA U PRAVCU VIŽURE)

DOPPLER-OV EFEKAT (1842): PRIVIDNA PROMENA
TALASNE DUŽINE (FREKVENCije) KAO POSLEDICA RELATIVNOG
KRETANJA IZVORA I POSMATRAČA

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c}$$

λ - REGISTROVANA TAL. DUŽINA
 λ_0 - EMITOVANA TAL. DUŽINA

UDAJAVANJE IZVORA $\Rightarrow \uparrow \lambda$ (pomak ka crvenom) $\Rightarrow v_r > 0$

PRIBLIŽAVANJE IZVORA $\Rightarrow \downarrow \lambda$ (pomak ka plavom) $\Rightarrow v_r < 0$

(RELATIV. IZRAZ : $\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1$; $\beta = v_r/c$)

Tangencijalna brzina zvezde

TANGENCIJALNA BRZINA I SOPSTVENO KRETANJE

SOPSTVENO KRETANJE (μ) = PROMENA PRAVCA U KOME VIDIMO ZVEZDU U TOKU JEDNE GODINE [$''/\text{god}$]

$$\mu^2 = (\mu_\alpha \cos \delta)^2 + \mu_\delta^2$$

NAJVEĆE SOPSTVENO KRETANJE IMA BARNARDOVA ZVEZDA

$$\mu = 10.''39/\text{god}$$

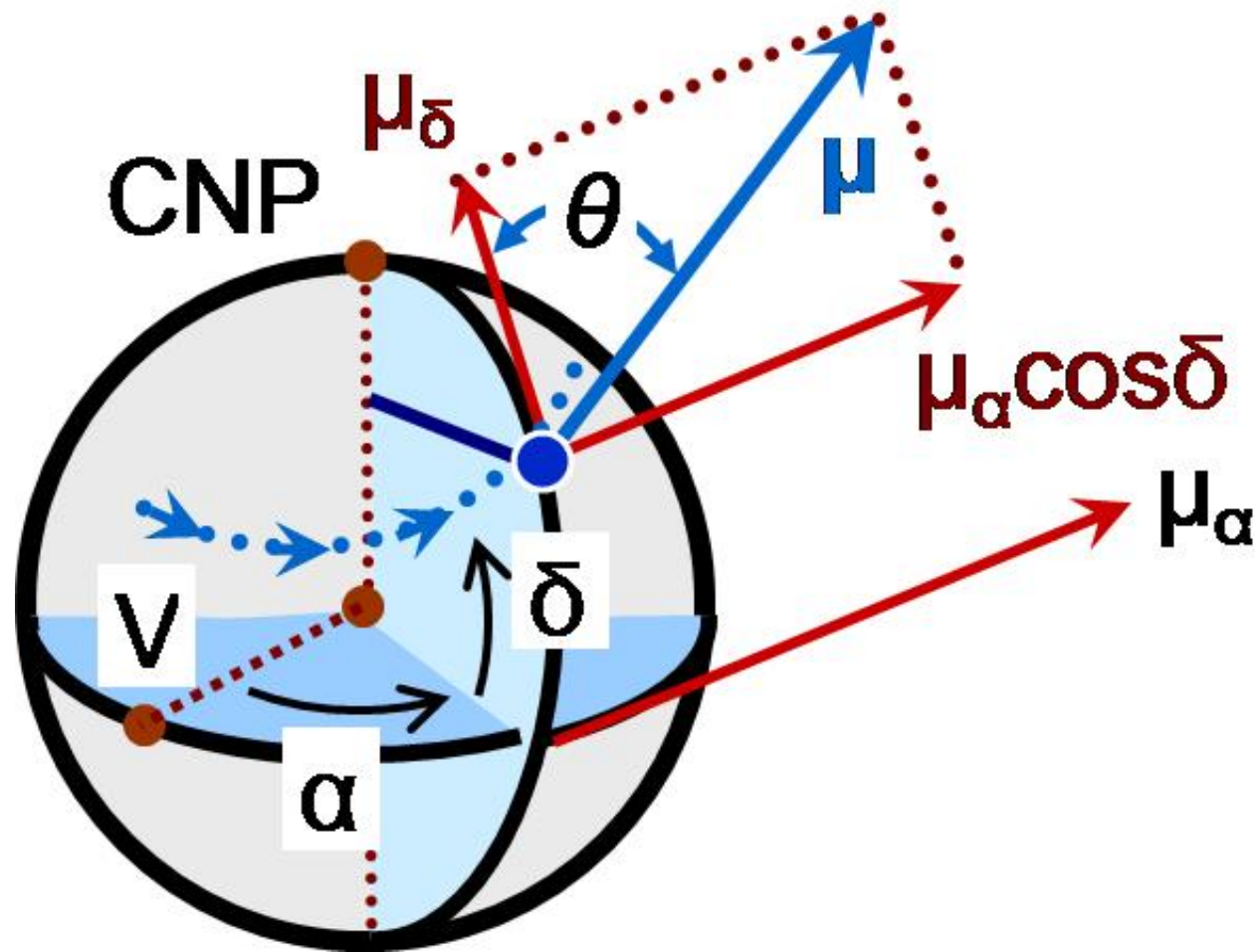
$$v_t = r \cdot \tan \mu \approx r \cdot \mu = \frac{206265 [\text{A.J.}]}{\pi [']} \cdot \frac{\mu [''/\text{god}]}{206265} = \frac{\mu}{\pi} \left[\frac{\text{A.J.}}{\text{god}} \right]$$

$$v_t = 4.74 \frac{\mu}{\pi} \left[\frac{\text{km}}{\text{s}} \right]$$

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}$$

$$v_r, \mu, \pi \Rightarrow v$$

Sopstveno kretanje



Sjaj zvezda

(a) prividni sjaj zvezda

- **Prividni sjaj zvezde** – sjaj zvezde koji vidi posmatrač na Zemlji
- Posmatrani (prividni) sjaj se izražava u tzv. **prividnim zvezdanim veličinama (magnitudama)** – **m** (Hiparh, II vek pre n.e. – podelio zvezde u 6 klasa ili magnituda)
- **PRIVIDNI SJAJ** zavisi od:
 - količine energije koju zvezda emituje u jedinici vremena (njenog stvarnog sjaja)
 - rastojanja
 - količine međuzvezdane materije na putu od zvezde do posmatrača

WEBER i FECHNER (1834) :

GEOMETRIJSKOJ PROGRESIJI NADRAŽAJA (UŽROKA U)
ODGOVARA ARITMETIČKA PROGRESIJA REAGOVANJA ČULA (R)

$$U = C^R$$

C = KONSTANTA

POGSON (1856) PRIMENIO OVAJ ZAKON U ASTRONOMIJI

TAČNIJA MERENJA $\Rightarrow$ ODNOS OSVETJENOSTI DD DVE ZVEŽDE KOJE
SE PO SJAJU RAZLIKUJU ZA JEDNU MAGNITUDU JE KONSTANTAN.

$\Rightarrow$ GEOMETRIJSKOJ PROGRESIJI OSVETJENOSTI ODGOVARA

ARITMETIČKA PROGRESIJA PRIVIDNIH ZVEŽDANIH VELIČINA

za 2 zvezde :

$$\frac{E_1}{E_2} = C^{-(m_1 - m_2)} \Rightarrow m_1 - m_2 = \frac{1}{\log C} \cdot \log \frac{E_2}{E_1}$$

ODREĐIVANJE KONSTANTE C :

(a) $\frac{E(m)}{E(m+1)} = C$

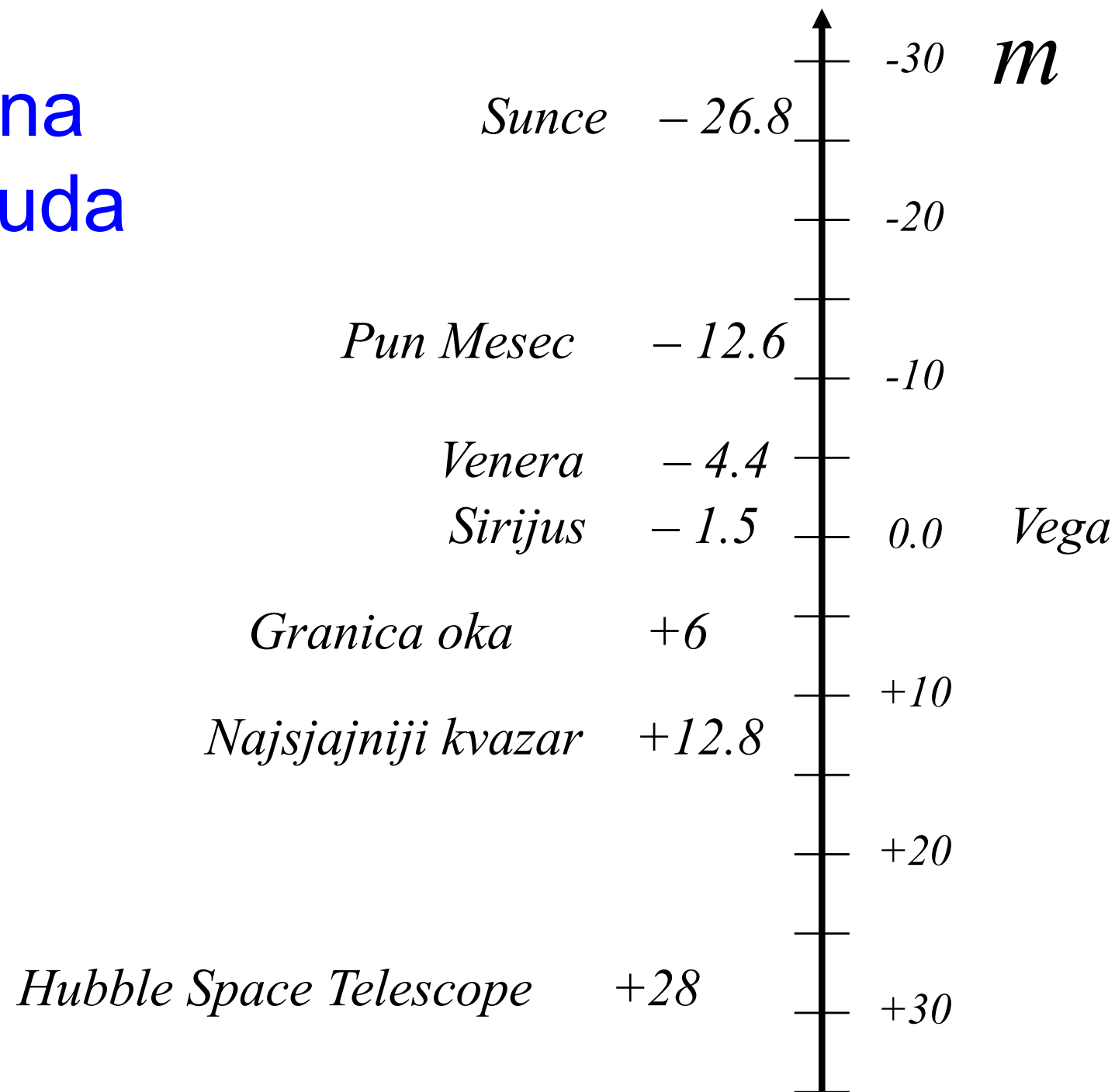
(b) $\frac{E_{(1)}}{E_{(6)}} = \frac{E_{(1)}}{E_{(2)}} \cdot \frac{E_{(2)}}{E_{(3)}} \cdot \frac{E_{(3)}}{E_{(4)}} \cdot \frac{E_{(4)}}{E_{(5)}} \cdot \frac{E_{(5)}}{E_{(6)}} = 100 = C^5$

$\Downarrow$
 $\log C = 0.4$
 $C = 2.512$

**Pogsonov
zakon**

$$m_1 - m_2 = 2.5 \cdot \log \frac{E_2}{E_1}$$

Prividna magnituda



Prividna
magnituda i
odnos
flukseva

2.512 puta

2.512 puta

2.512 puta

2.512 puta

2.512 puta

Za 5 manja magnituda
= $100 \times$ veći sjaj

Magnituda manja za 1
 $\approx 2.512 \times$ veći sjaj

$$\sqrt[5]{100} = 2.512...$$

m

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

$$2.512 \times 2.512 = 6.31$$

$$2.512 \times 2.512 \times 2.512 = 15.85$$

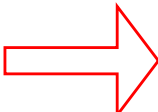
$$2.512 \times 2.512 \times 2.512 \times 2.512 \times 2.512 = 100$$

Sistemi magnituda

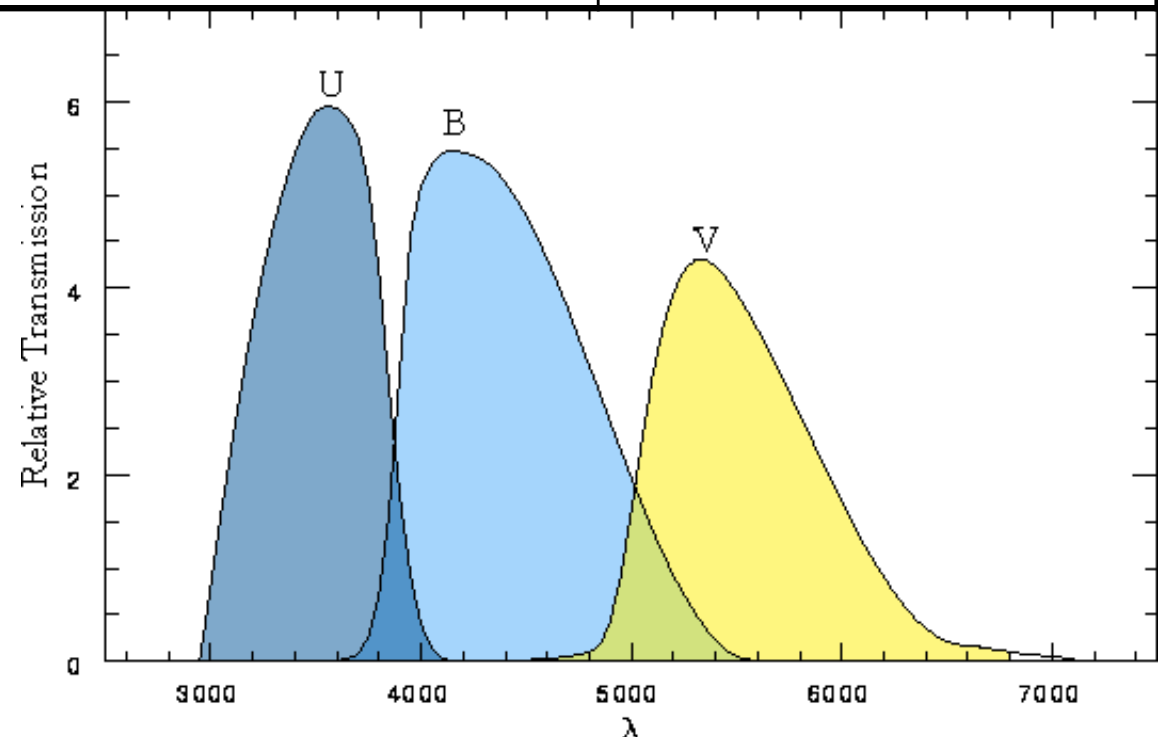
Postoji više vrsta (sistema) magnituda definisanih osetljivošću mernog instrumenta na određeni opseg tal. dužina

$$m_{\lambda} = \text{const} - 2.5 \log F_{\lambda}$$

- | | | |
|--------------------------|----------------------|---------------------|
| • vizuelne magnitude | m_v | (λ 550 nm) |
| • fotografkse magnitude | m_{pg} | (λ 430 nm) |
| • fotovizuelne magnitude | $m_{pv} \approx m_v$ | |

- **Fotometar** je instrument za merenje osvetljenosti, tj. prividnih zvezdanih veličina
 - Fotometri su osetljivi samo unutar određenog (izabranog) intervala talasnih dužina
 - Filteri + osetljivost fotometra 
specifična prividna magnituda
- Postoje razni **fotometrijski sistemi**:
 - **UBV** Johnson-ov sistem (široko-pojasni sistem)
 - **UBVRI** (uključuje crveni i infracrveni deo spektra).

Filter Ime	Filter simbol	Magnituda merena kroz filter	Centralna talasna dužina filtera
Ultra-Ljubičasti	U	U ili m_U	365 nm
Plavi	B	B ili m_B	440 nm
Vizuelni	V	V ili m_V	550 nm



UBV fotometrijski sistem

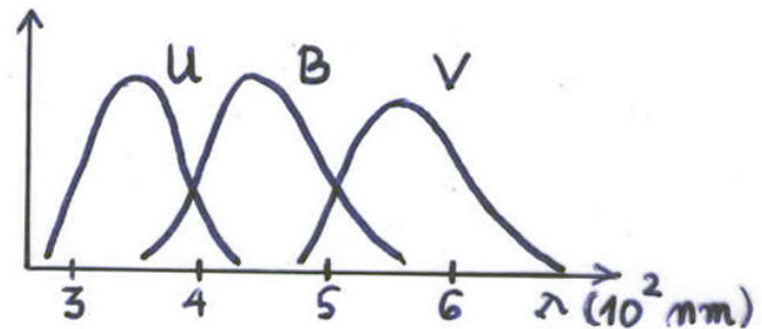
- FOTOELEKTRIČNI FOTOMETAR $\Rightarrow$ **UBV SISTEM** (Johnson)

FILTER	OPSEG (nm)	MAXIMUM (nm)
--------	------------	--------------

U	300-400	365
---	---------	-----

B	360-550	440
---	---------	-----

V	480-680	550
---	---------	-----



U, B, V (m_U, m_B, m_V) $\rightarrow$ 2 boje : U-B , B-V

$$CI = B - V$$

INDEX BOJE (SAVREMENA DEFINICIJA)

- UBV SISTEM JE PROŠIREN SA MAGNITUDAMA NA CRVENIM I INFRACRVENIM TALASNIM DUŽINAMA:

R (700 nm), I (0.9 μ m), J (1.25 μ m), H (1.6 μ m), K (2.2 μ m),
L (3.4 μ m), M (5 μ m), N (10.2 μ m), Q (21 μ m).

Sjaj zvezda

(b) stvarni sjaj zvezda

Apsolutna magnituda (M) je mera stvarnog sjaja zvezda

BROJNO JE JEDNAKA PRIVIDNOJ MAGNITUDI KOJU BI ZVEŽDA
IMALA KADA BI SE NALAZILA NA RASTOJANJU OD 10 pc

$$m - M = 2.5 \log \frac{E_M}{E_m} = 2.5 \log \frac{\frac{I}{r_{10}^2}}{\frac{I}{r^2}} = 2.5 \log \left(\frac{r}{r_{10}} \right)^2$$

$$E \propto \frac{1}{r^2} ; \quad r_{10} = 10 \text{ pc}$$

$$m - M = 5 \log \left(\frac{r}{10} \right) = 5 \log r - 5$$

/MODUL RASTOJANJA/

$$M = m + 5 - 5 \log r$$

$$M = m + 5 + 5 \log \pi$$

$r [\text{pc}]$

$\pi ["]$

Luminoznost zvezde



$$L = 4\pi R^2 \cdot F(R) = 4\pi r^2 \cdot F(r)$$

$$F(r) = \frac{L}{4\pi r^2} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \cdot F(R)$$

$$E(r) = \frac{F(r)}{S}$$

$$\text{za } S=1 : E(r) = F(r)$$

$$m = \text{const} - 2.5 \log F(r) = \text{const} - 2.5 \log \frac{L}{4\pi r^2}$$

$$m = \text{const}' + 5 \log r - 2.5 \log L$$

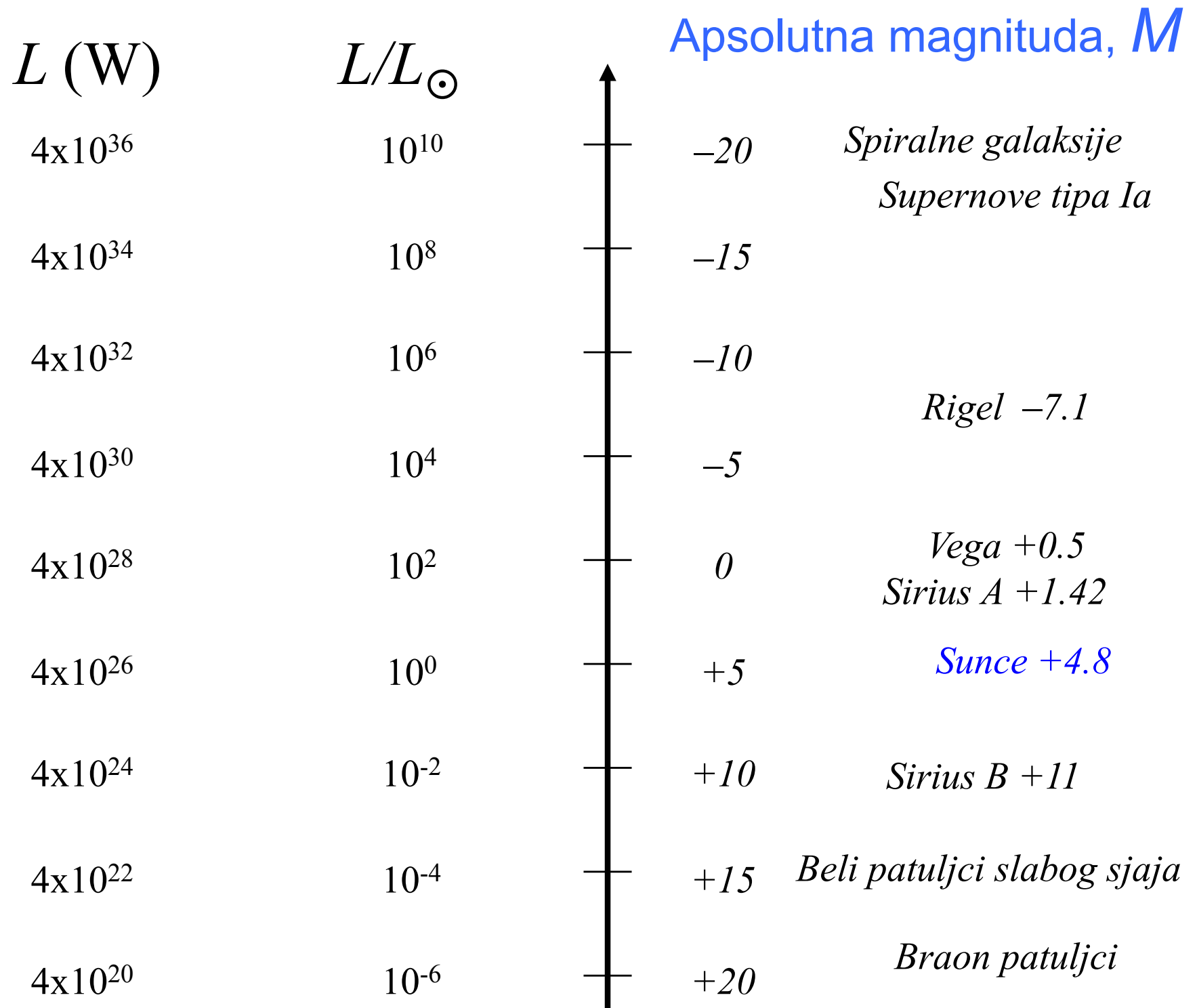
$$M = m(r=10\text{pc})$$

$$M = \text{const}' + 5 - 2.5 \log L$$

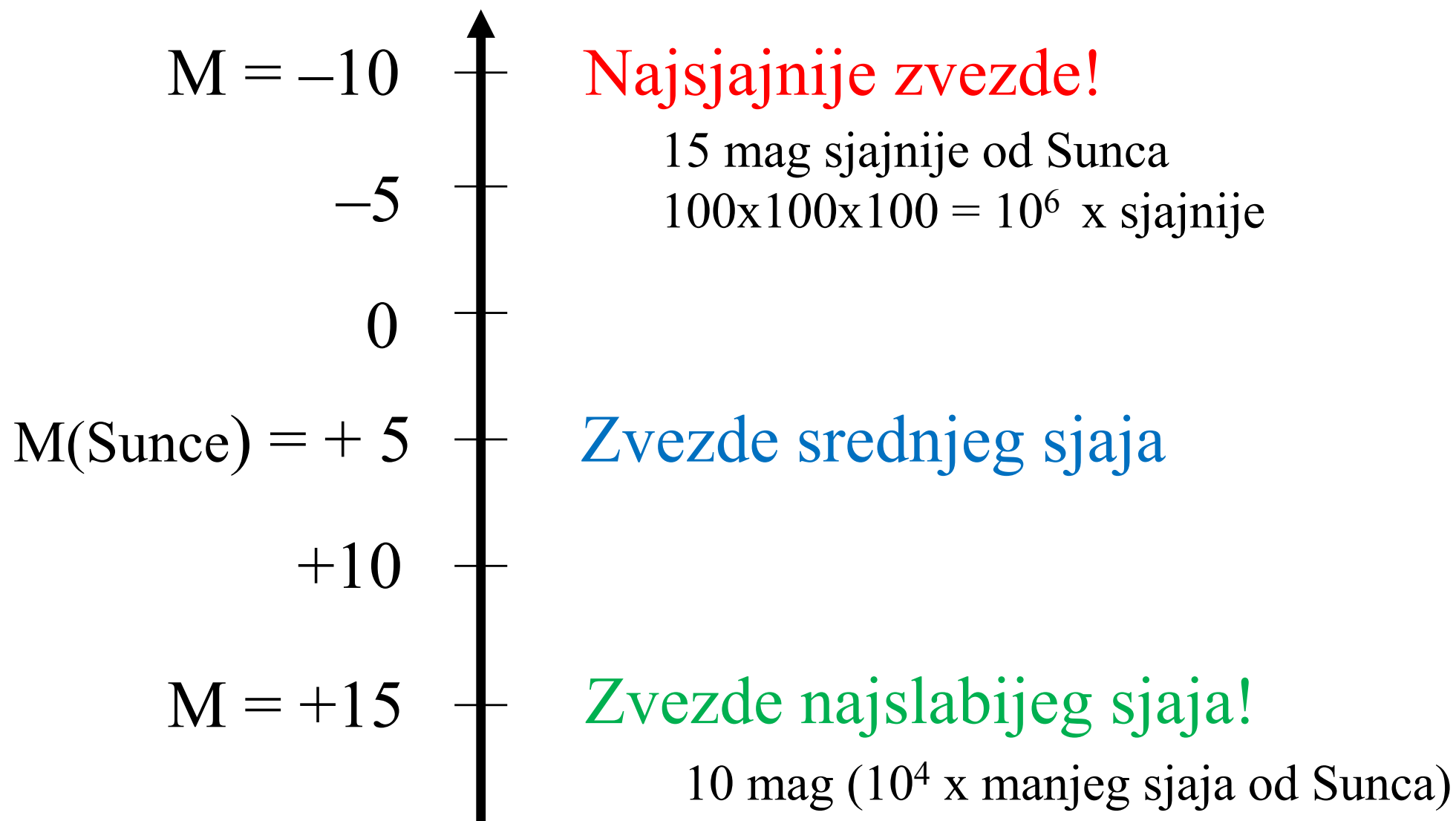
$$\left. \begin{array}{l} m = \text{const}' + 5 \log r - 2.5 \log L \\ M = \text{const}' + 5 - 2.5 \log L \end{array} \right\} m - M = 5 \log r - 5$$

$$M = \text{const}'' - 2.5 \log L \Rightarrow$$

$$M_1 - M_2 = 2.5 \log \frac{L_2}{L_1}$$



Opseg apsolutnih magnituda za zvezde



Fizika i astronomija

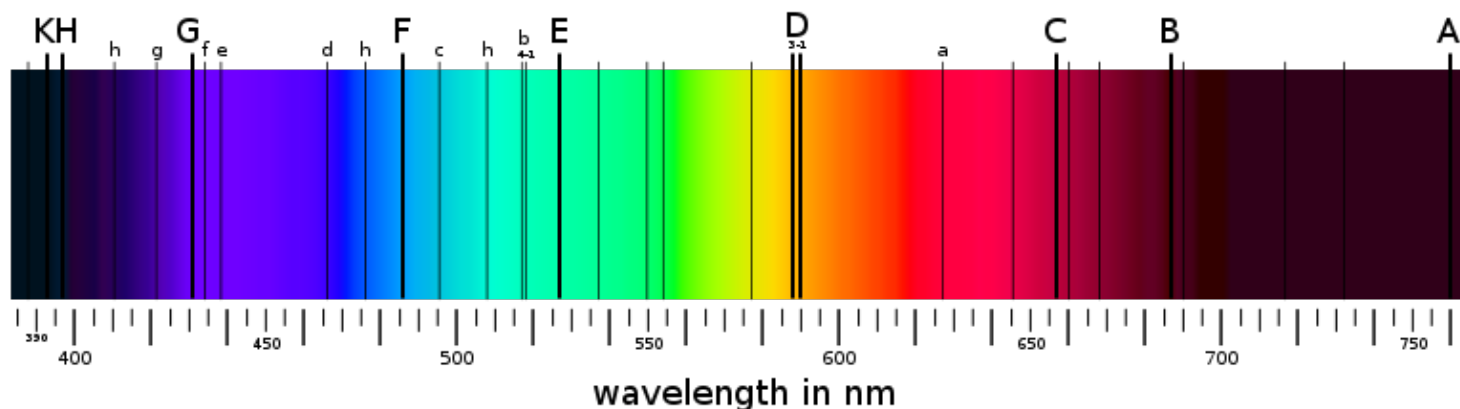
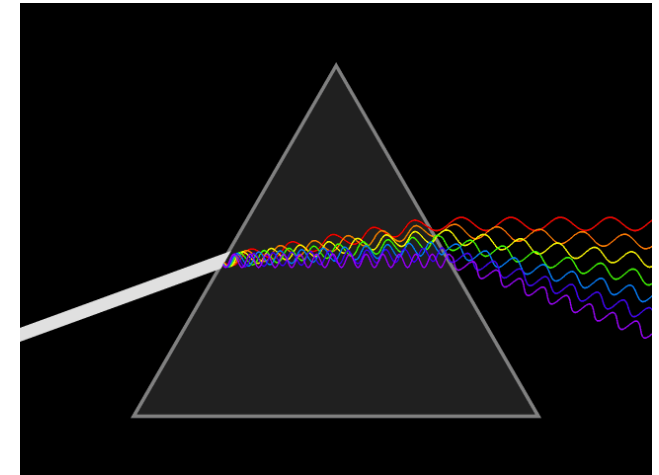
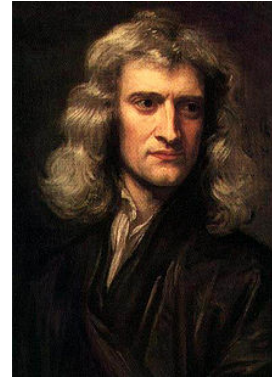
Fizika:	Astronomija:
r (m, km)	r (A.J, pc, s.g.)
f (W/m ²)	m
L (W)	M

Koriste se i: luminoznost, masa, radijus Sunca

Zvezdani spektri

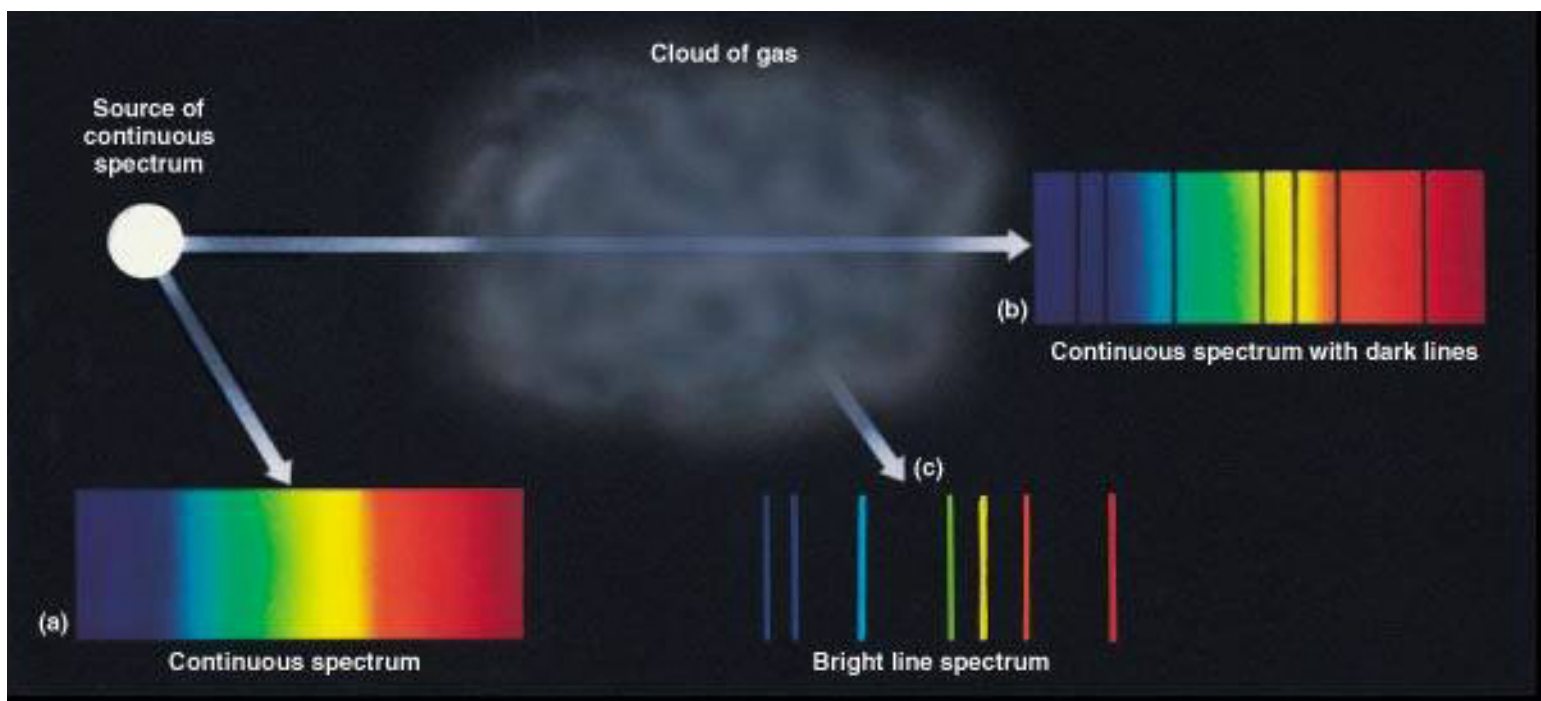


- **Isaac Newton (1643-1727)**
1666. razložio prizmom Sunčevu svetlost u niz duginih boja
- **William Wollaston (1802)** je prvi posmatrao tamne linije u spektru Sunca
- **Joseph von Fraunhofer (1787–1826)**
 - izumeo je spektroskop
 - 1814. - otkrio 574 tamne linije u Sunčevom spektru i odredio im položaje
 - posmatrao spektre sjajnih zvezda i uočio razlike u odnosu na Sunce – osnivač zvezdane spektroskopije
- Tamne linije u spektru Sunca se danas nazivaju **Fraunhoferove linije**



METOD SPEKTRALNE ANALIZE

Bunsen i Kirchhoff (Heidelberg), 1859



Tri vrste spektara: kontinualni, emisijni i apsorpcijni

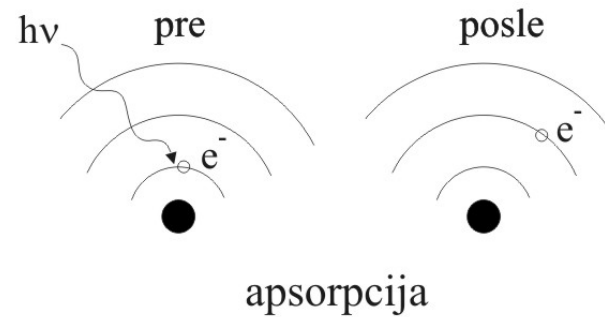
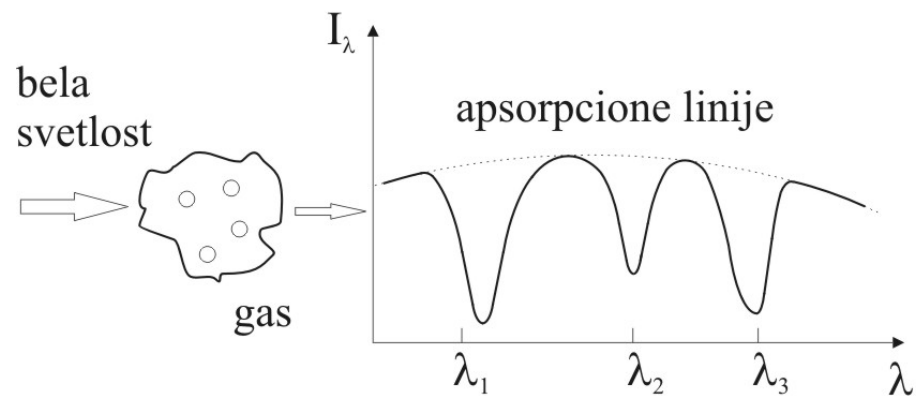
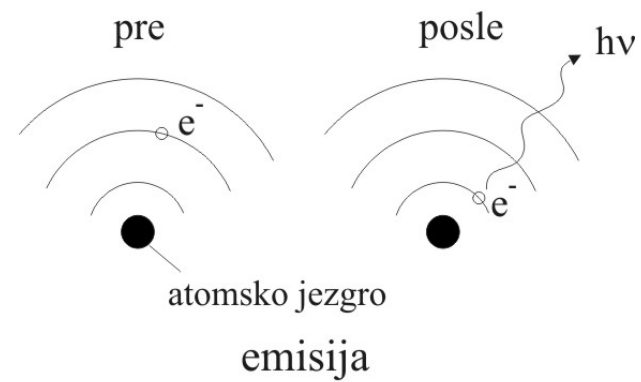
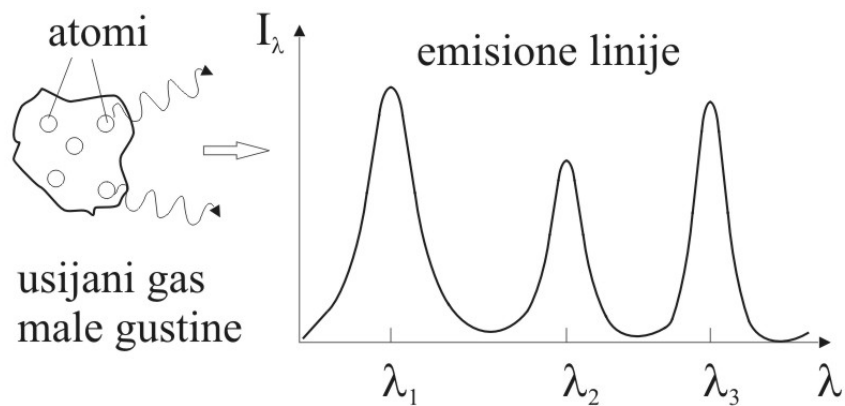
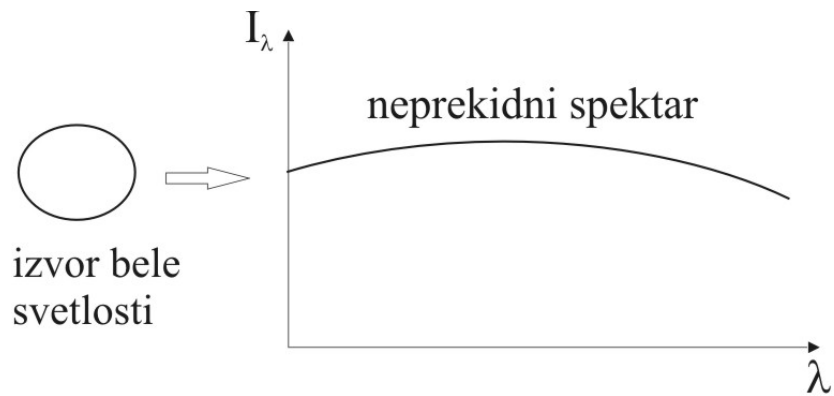
**Svaki hemijski element ima svoj osobeni
spektralni potpis**

SPEKTRALNE LINIJE

- Mehanizam formiranja spektralnih linija objašnjen je tek 1913. godine Borovom (N. Bohr) teorijom strukture atoma.
- Linije nastaju kao posledica apsorpcije ili emisije fotona pri prelazima elektrona između raznih diskretnih energetskih stanja u atomu.

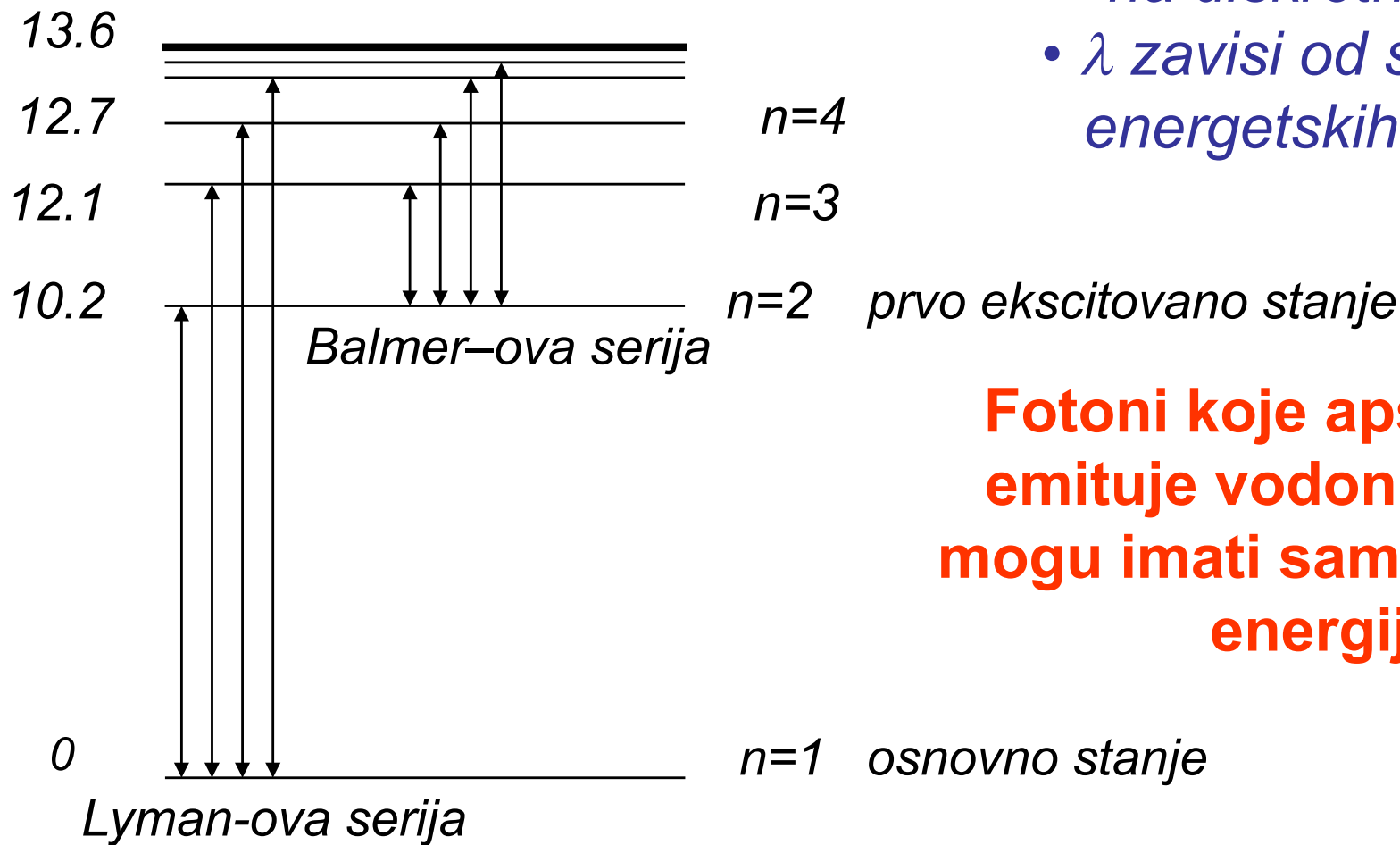


Niels Bohr (1885-1962)



Energetski nivoi atoma vodonika

E (eV)

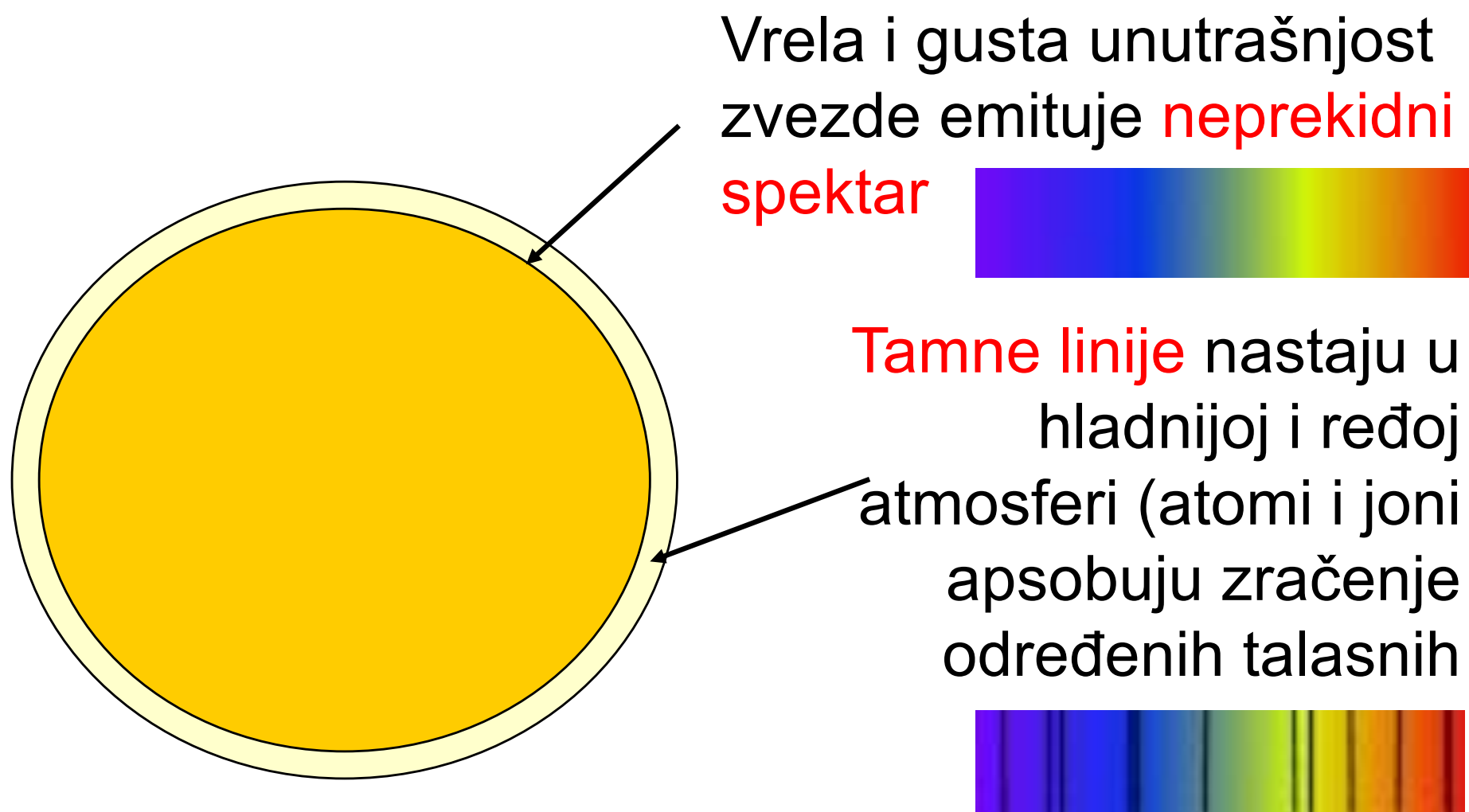


- *Atomi apsorbuju ili emituju na diskretnim λ*
- *λ zavisi od strukture energetskih nivoa*

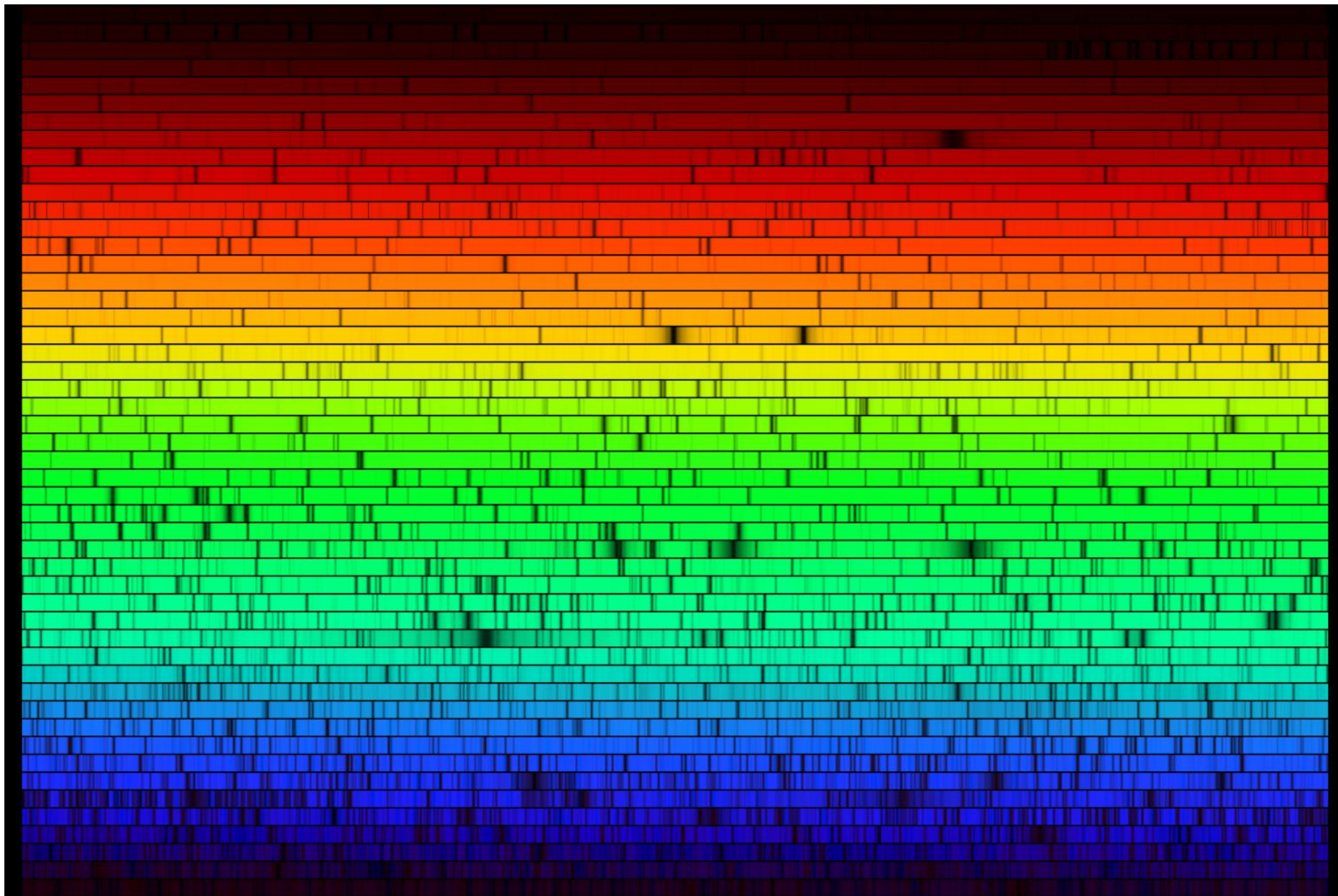
Fotoni koje apsorbuje ili emituje vodonikov atom mogu imati samo određene energije.

Zvezdani spektri

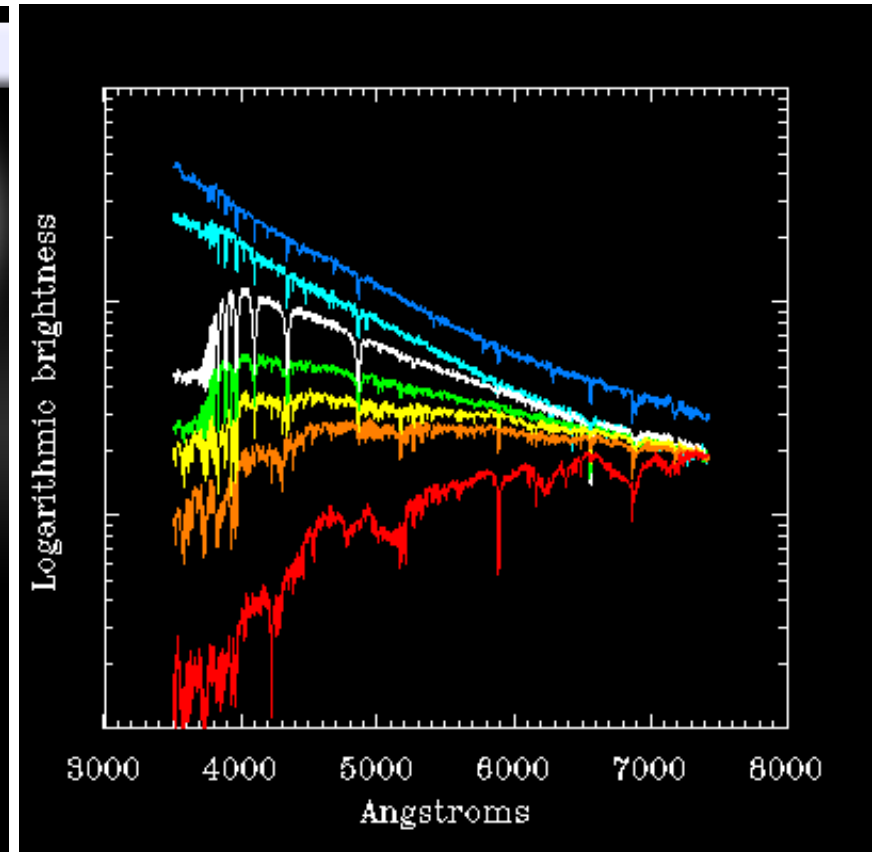
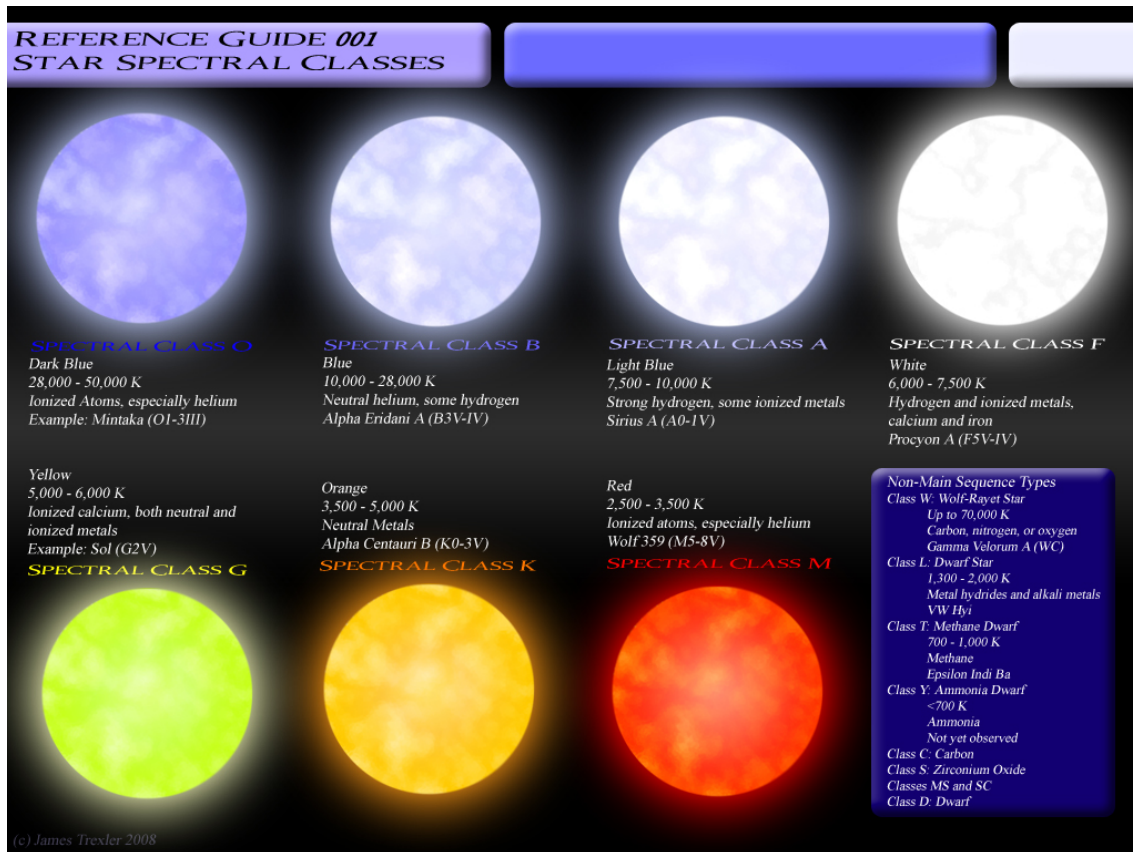
apsorpcioni spektri (tamne linije)



Sunčev spektar u vidljivoj oblasti (390 - 760nm)
formira se u Sunčevoj fotosferi



Spektralna klasifikacija zvezda



NEPREKIDNI SPEKTAR ZRAČENJA ZVEZDA

- **Raspodelu energije u neprekidnom spektru zvezde najpribližnije opisuje Plankova kriva zračenja apsolutno crnog tela.**
- Zračenje crnog tela zavisi samo od njegove temperature.
- Zakoni zračenja crnog tela :
 - Plankov zakon (oblik Plankove krive)
 - Vinov zakon (položaj maksimuma Plankove krive)
 - Stefan-Bolcmanov zakon (površina ispod Plankove krive)

Spektralna raspodela Sunčevog zračenja

$$I(\lambda, T)d\lambda = I(\nu, T)d\nu$$

$$I(\lambda, T) = I(\nu, T)\frac{d\nu}{d\lambda}$$

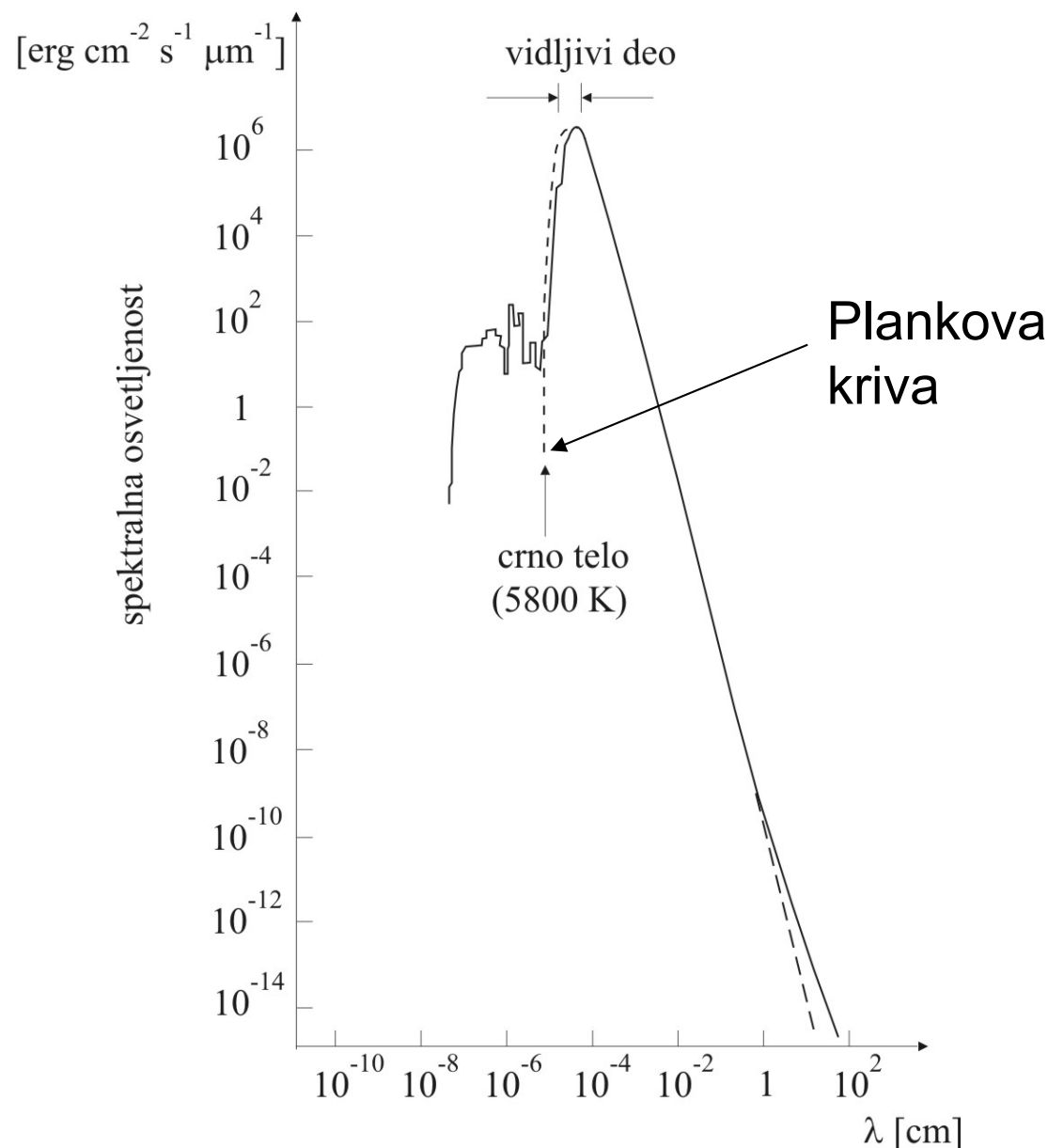
$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$$

$$I(\lambda, T) = I(\nu, T)\frac{c}{\lambda^2}$$

$$I(\lambda, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp[h\nu/kT] - 1} \frac{c}{\lambda^2}$$

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp[hc/\lambda kT] - 1}$$

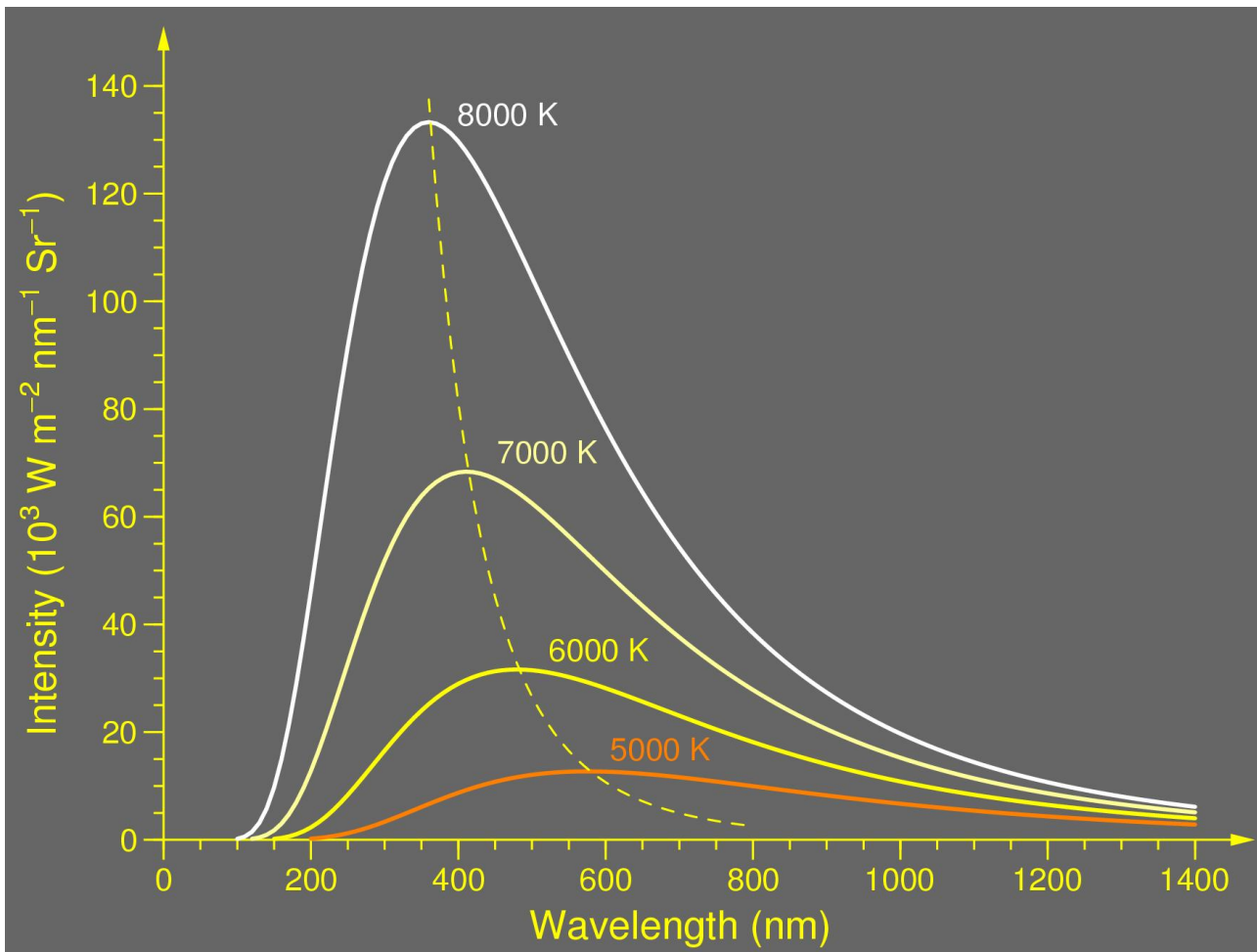


Vinov zakon

Boja ($\lambda_{\max}$) i temperatura (T) :

$$\lambda_{\max} = \frac{0.29}{T}$$

(T [K], λ [cm])

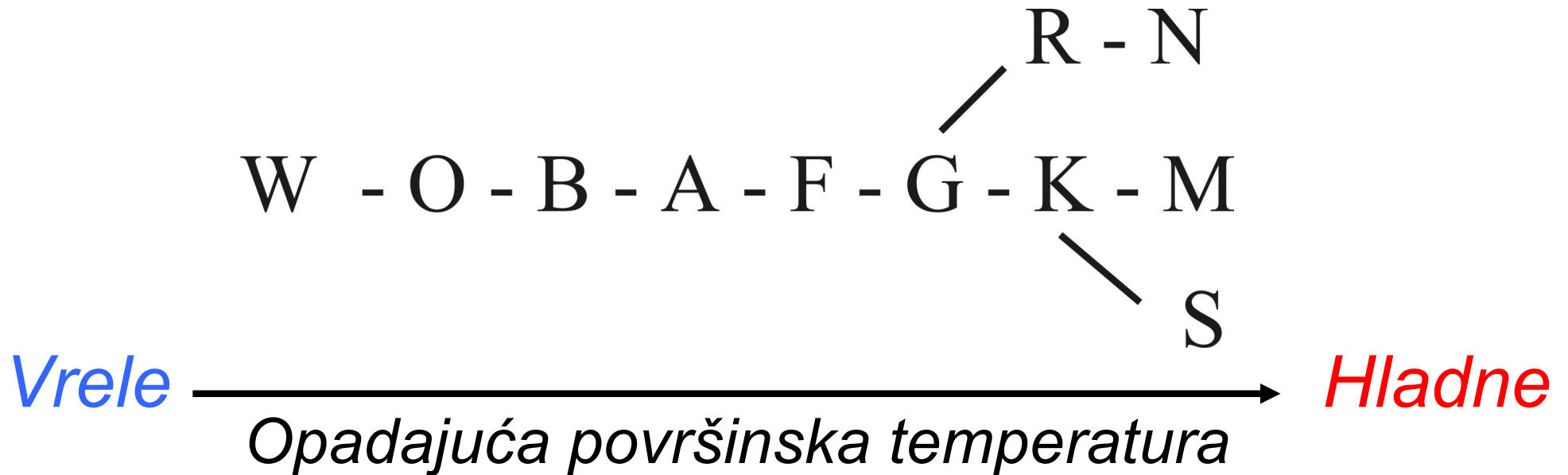


Stefan-Bocmanov zakon

$$F = \sigma T^4 \text{ [W/m}^2\text{]}$$

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \text{ [W]}$$

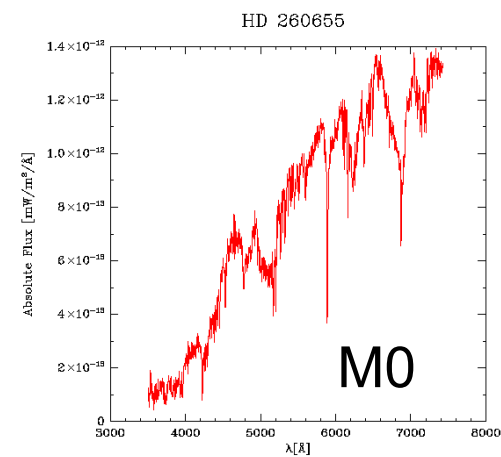
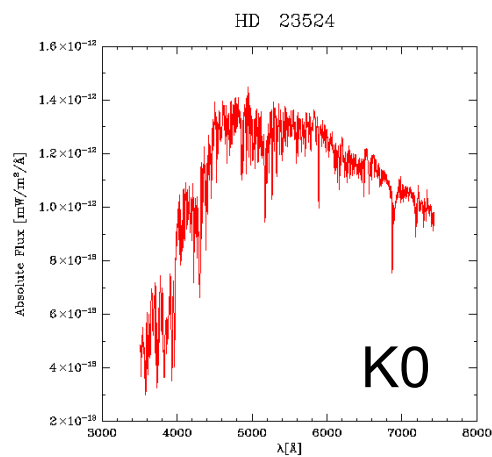
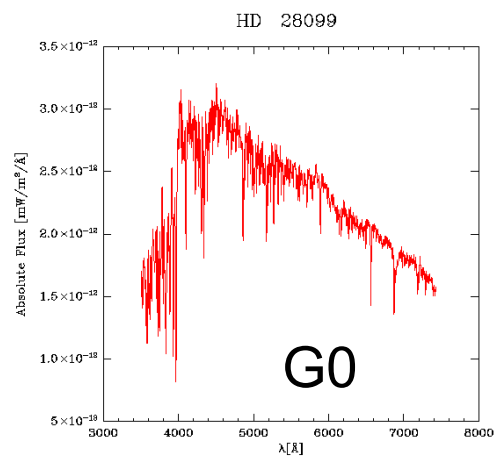
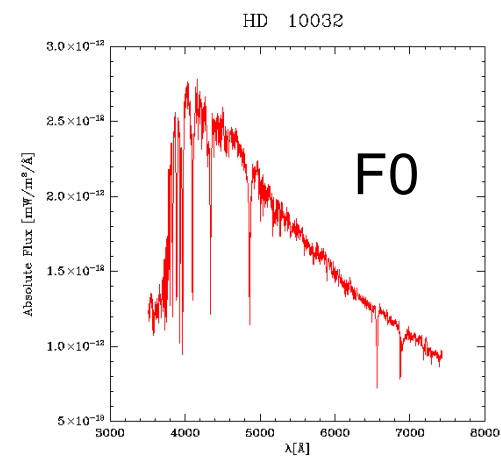
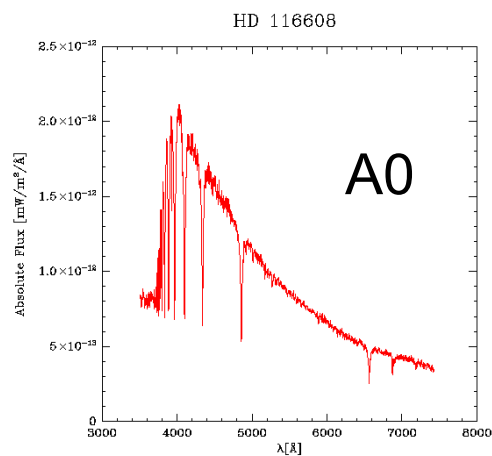
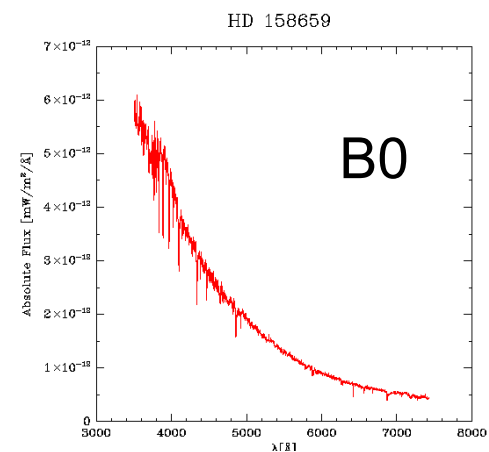
Spektralna klasa $\leftrightarrow$ Površinska temperatura

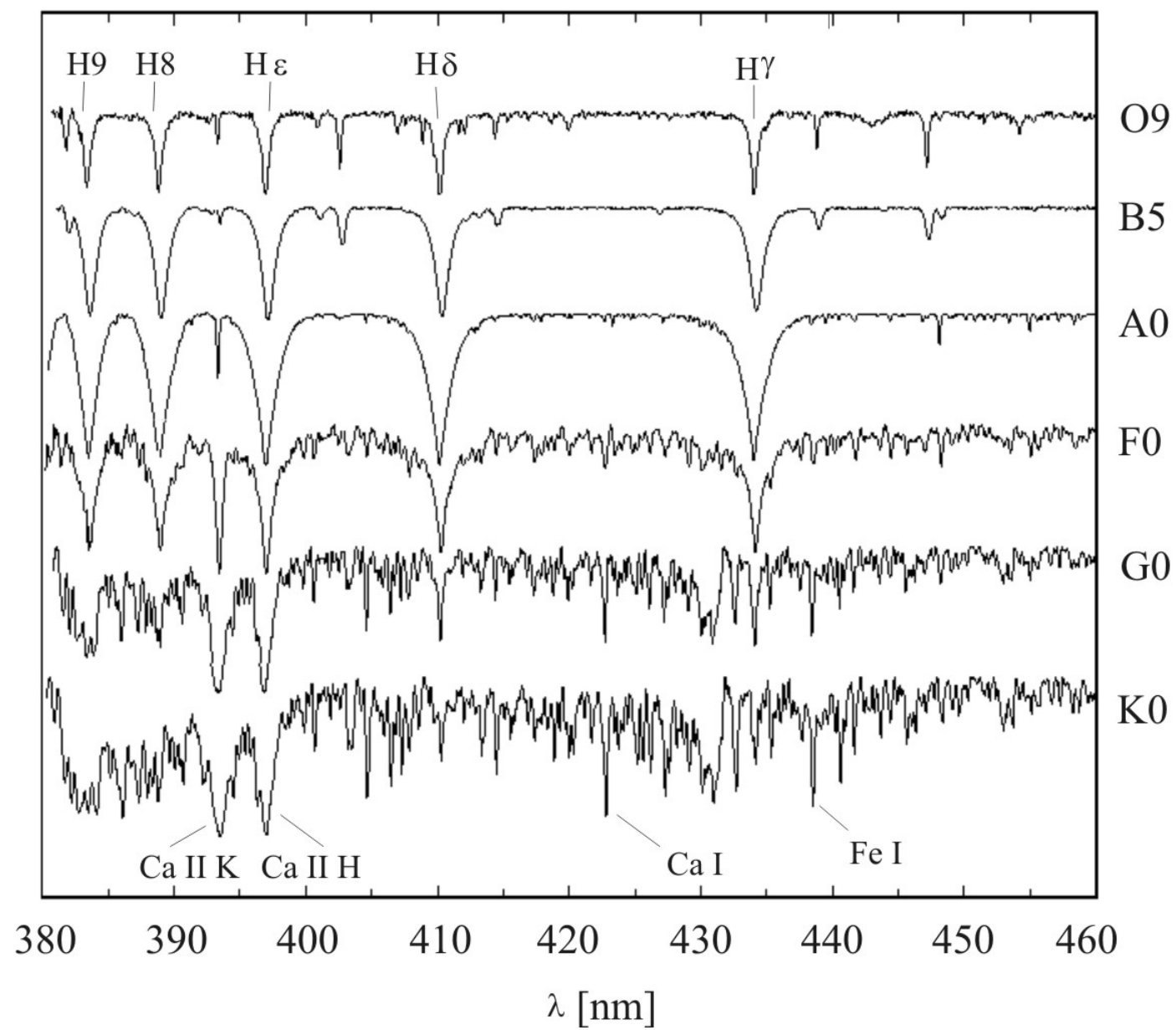


Spektralne klase
podeljene u podklase:
Npr....O8, O9, B0, B1,
..., B8, B9, A0, A1....

O – B – A – F – G – K – M
(Oh, Be A Fine Girl Kiss Me)

Spektri zvezda raznih spektralnih klasa (na glavnem nizu)





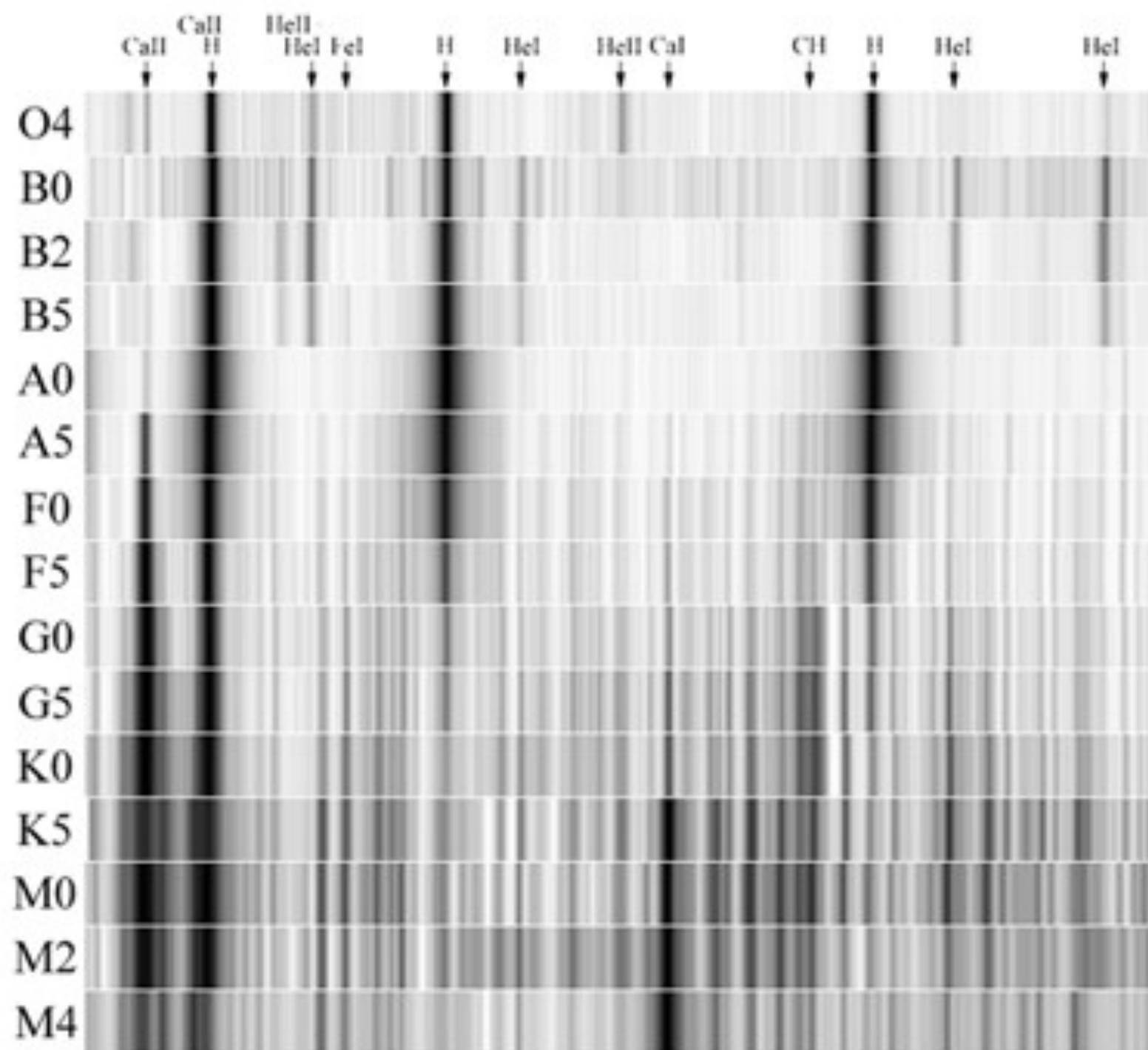
klasa	T[1000K]	boja	izgled spektra	primer	
O	30<T<40	plava	HeII, CIII, NIII, OIII	Mintaka	 “rane” klase
B	12<T<30	plavo-bela	HeI, CII, NII, OII	Rigel, Spika	
A	7.5<T<12	bela	HI, CaII, MgII, FeII	Sirijus,, Vega	
F	6<T<7.5	belo-žuta	linije HI slabije, CaII, FeII, FeI	Procion	
G	5<T<6	žuta	jake linije CaII i metala (Fe)	Sunce, Kapela	 “pozne” klase
K	3.5<T<5	narandžasta	linije neutralnih metala i trake molekula	Arktur, Poluks, Aldebaran	
M	T<3.5	crvena	trake molekula, linije neutralnih metala	Antares, Betelgejze	

- Temperatura određuje izgled spektra:
 - raspodelu kontinualnog zračenja i
 - pojavu (raspored) i jačinu spektralnih linija

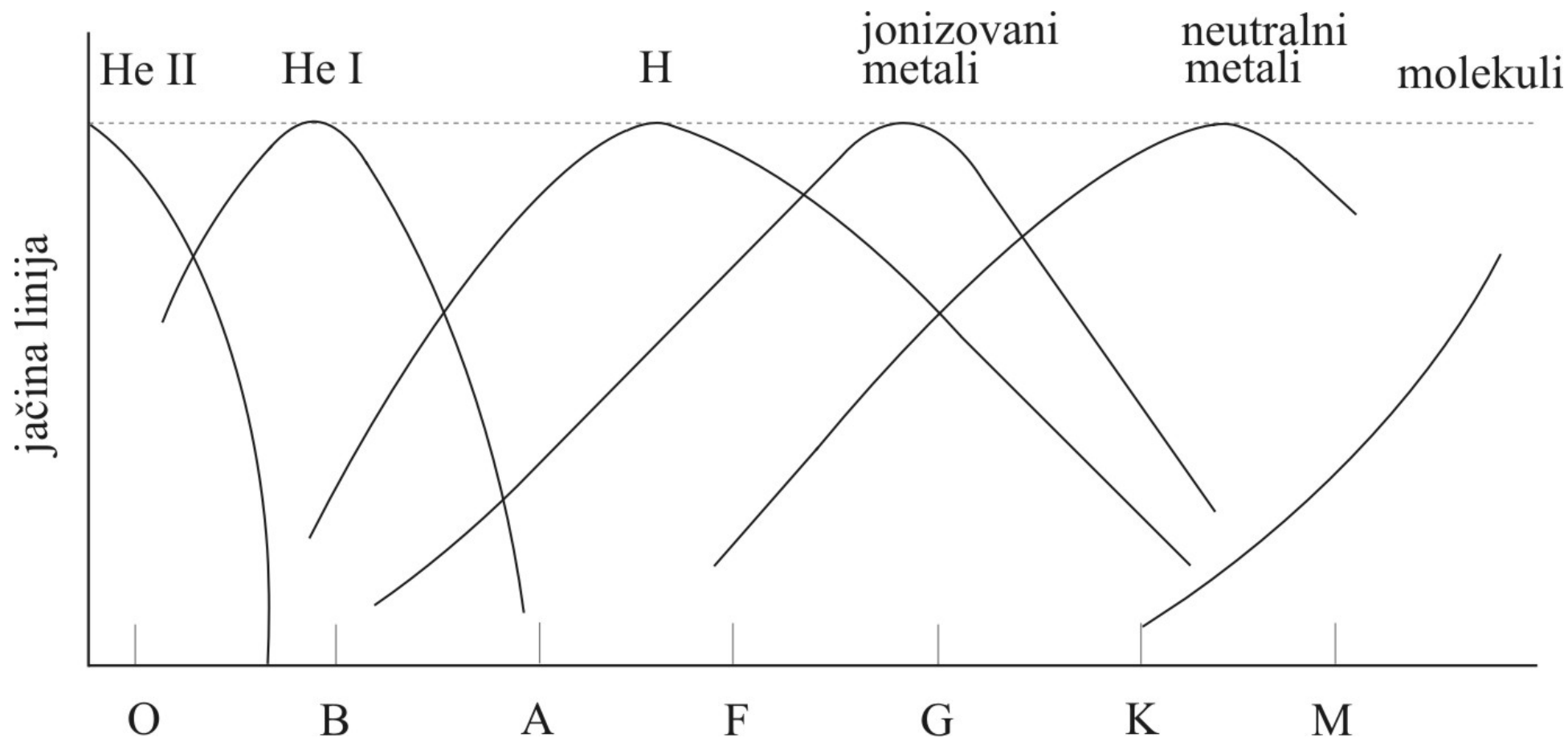
J A Č I N A L I N I J E J E P R E S V E G A O D R E Đ E N A T E M P E R A T U R O M U Z V E Z D A N O J A T M O S F E R I

- Pojedine linije se mogu posmatrati samo u određenim opsezima temperatura, jer su samo pri tim vrednostima temperatura energetski nivoi u atomima koji učestvuju u datom prelazu u liniji popunjeni (naseljeni).

- Primer H_{α} linije ($n=2 \rightarrow n=3$):
 - na $T < 7000\text{K}$, vodonik je uglavnom neutralan i u osnovnom stanju ($n=1$) $\rightarrow$ slaba H_{α} linija
 - na $T \sim 10000\text{ K}$, više H je ekscitovano na nivo $n=2 \rightarrow$ jaka H_{α} linija
 - na $T > 25000\text{K}$, H je uglavnom jonizovan $\rightarrow$ slaba H_{α} linija.

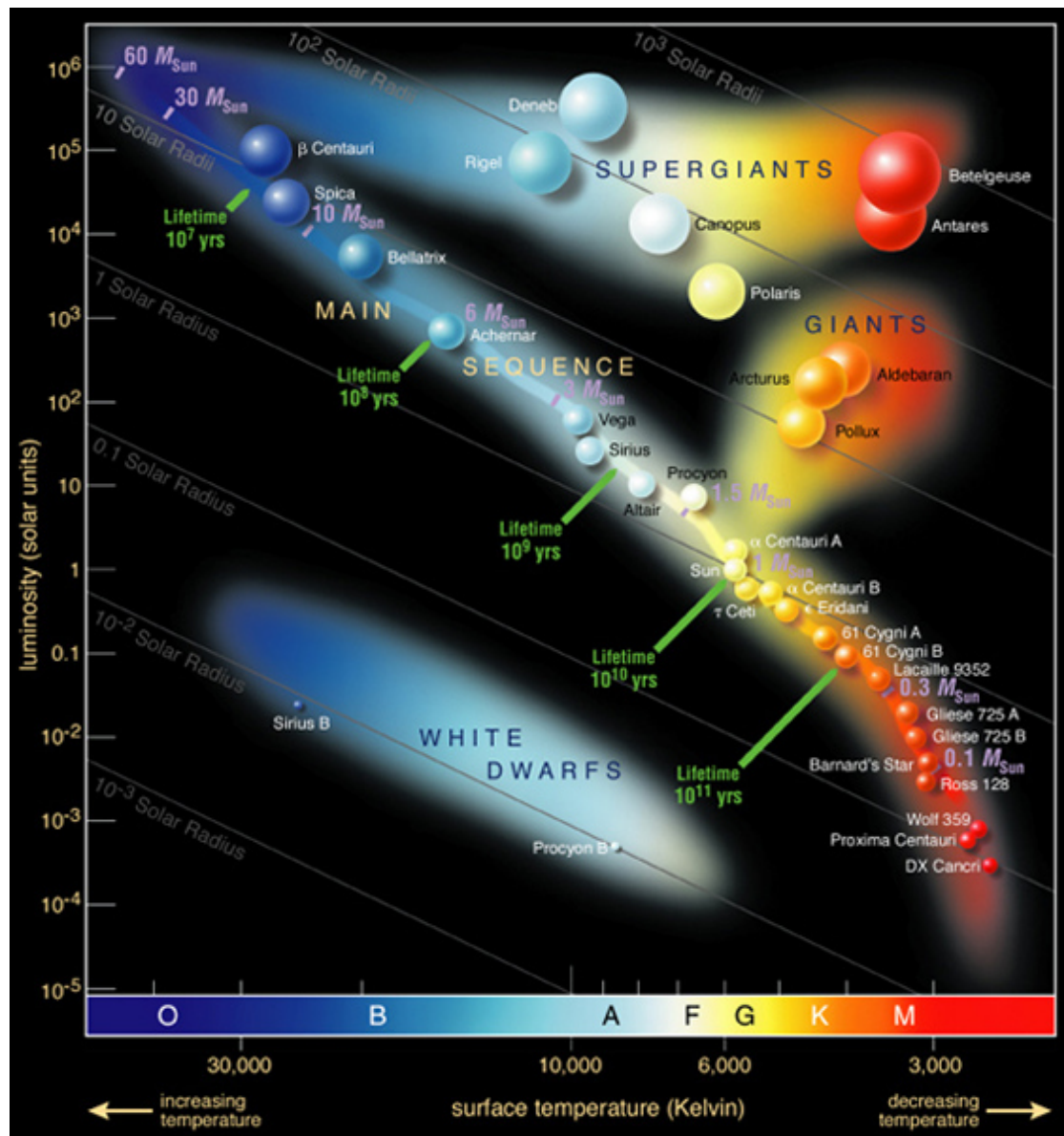


Relativna jačina linija kod raznih spektralnih klasa



Hemijski sastav zvezda

- Zvezde uglavnom čine vodonik (90%) i helijum (10%)
- Težih elemenata (u astrofizici: metala) ima u tragovima (npr. jedan atom ugljenika na 10000 atoma vodonika)



BOJA I SJAJ ZVEZDA

Luminoznost zvezde



$$\underline{L = 4\pi R^2 \cdot F(R) = 4\pi r^2 \cdot F(r)}$$

$$\underline{F(r) = \frac{L}{4\pi r^2} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \cdot F(R)}$$

$$E(r) = \frac{F(r)}{S}$$

$$\text{za } S=1 : E(r) = F(r)$$

$$\underline{m = \text{const} - 2.5 \log F(r) = \text{const} - 2.5 \log \frac{L}{4\pi r^2}}$$

$$\underline{\underline{m = \text{const}' + 5 \log r - 2.5 \log L}}$$

$$M = m(r=10\text{pc})$$

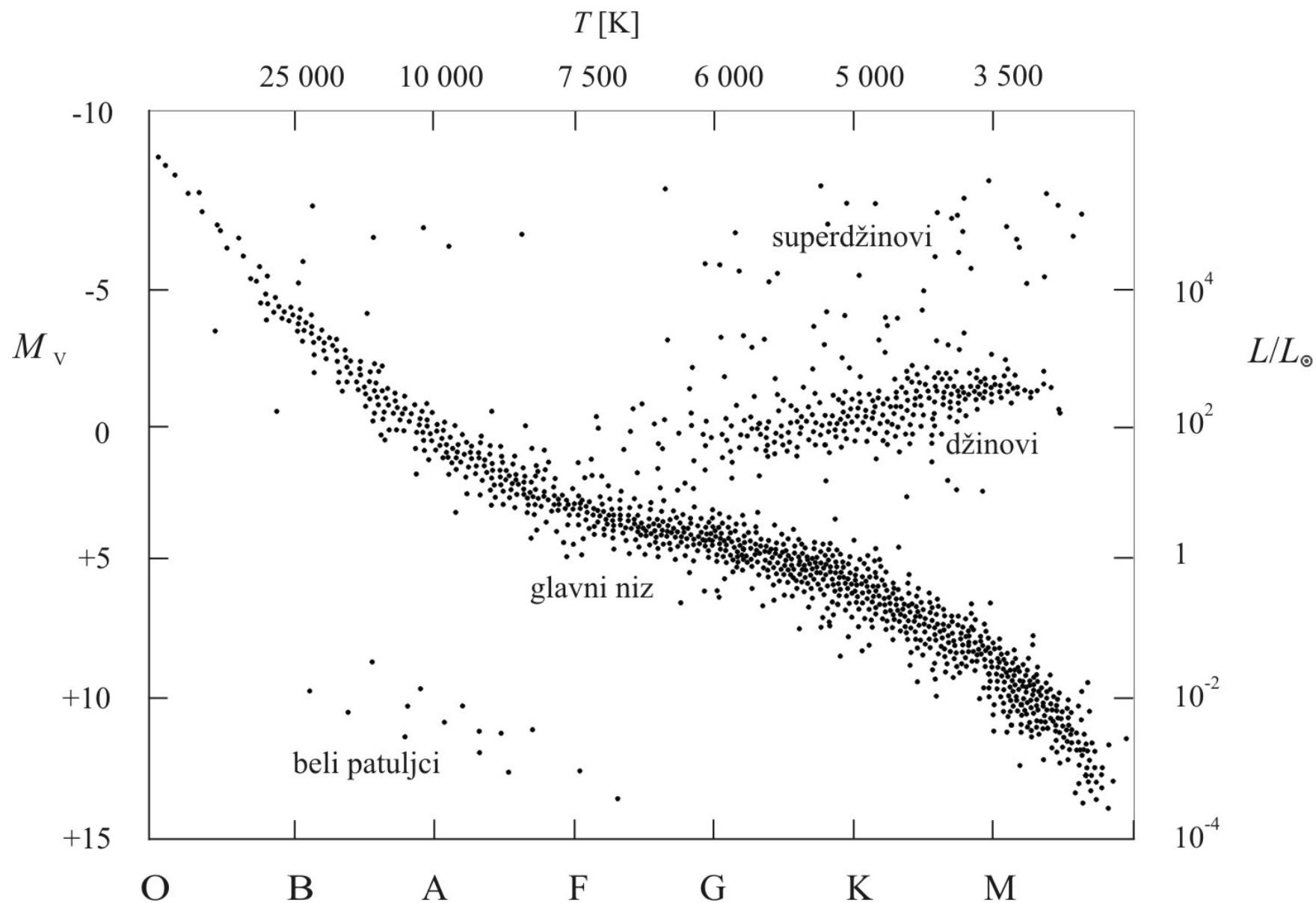
$$\underline{\underline{M = \text{const}' + 5 - 2.5 \log L}}$$

$$\left. \begin{array}{l} m = \text{const}' + 5 \log r - 2.5 \log L \\ M = \text{const}' + 5 - 2.5 \log L \end{array} \right\} m - M = 5 \log r - 5$$

$$\boxed{M = \text{const}'' - 2.5 \log L} \Rightarrow$$

$$\boxed{M_1 - M_2 = 2.5 \log \frac{L_2}{L_1}}$$

H-R (Hertzsprung-Russell) diagram



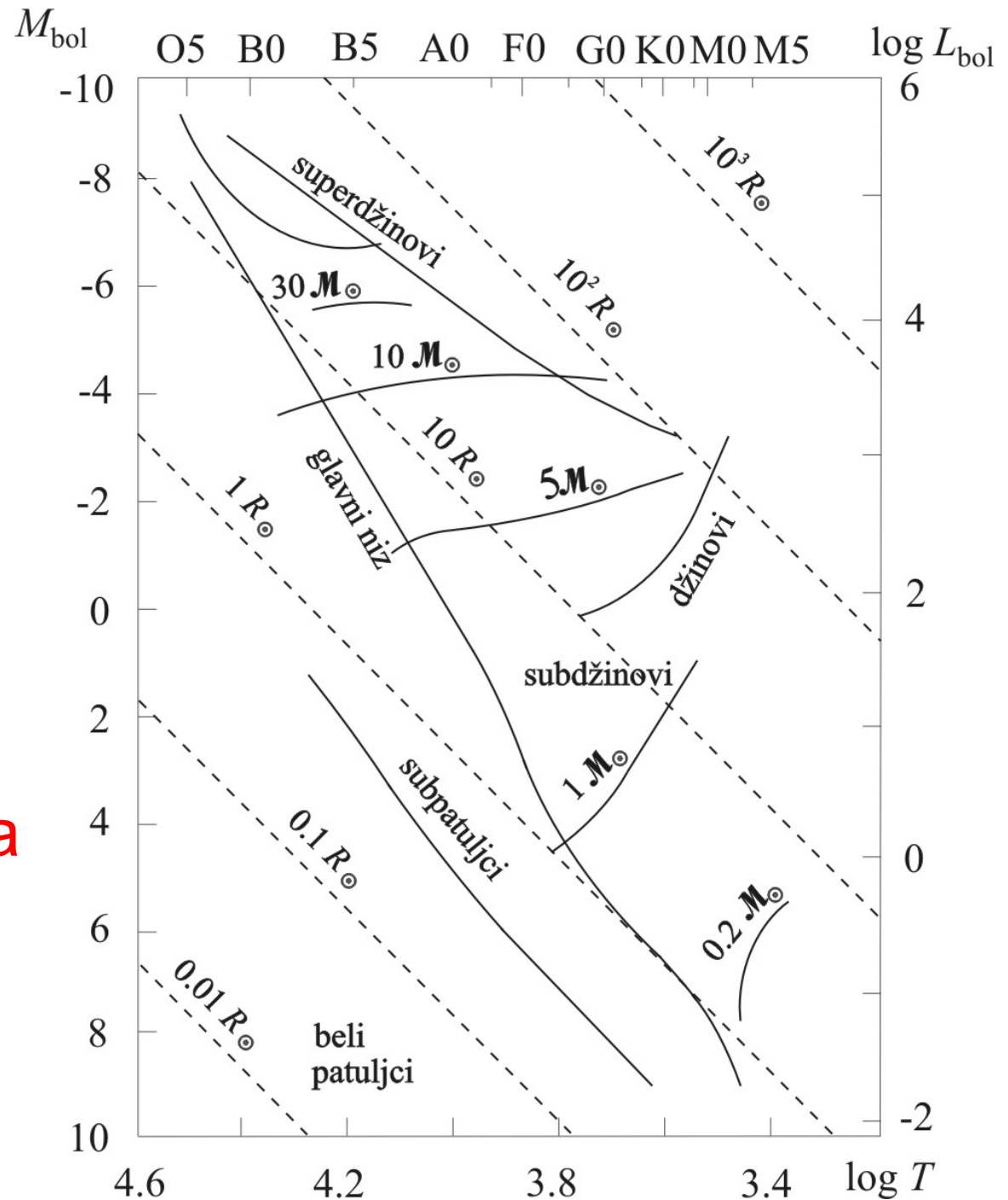
Klase luminoznosti

MKK klasifikacija (1943)

- I (Ia, Ib, Ic) – superdžinovi
- II – sjajni džinovi
- III – džinovi
- IV – subdžinovi
- V – zvezde glavnog niza
- VI – subpatuljci
- VII – beli patuljci

H-R diagram:

- luminoznost
- temperatura
- masa
- radijus
- spektralna klasa



Određivanje zvezdanih daljina

- Metod **spektralne paralakse**


$$5 \log \pi = M - m - 5$$

- Odredimo sa glavnog niza M zvezde (najtačnije za zvezde glavnog niza i superdžinove) i uz pomoć gornje relacije dobijemo paralaksu odnosno rastojanje do zvezde

Određivanje zvezdanih radijusa

- Luminoznost zavisi od temperature i radijusa

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

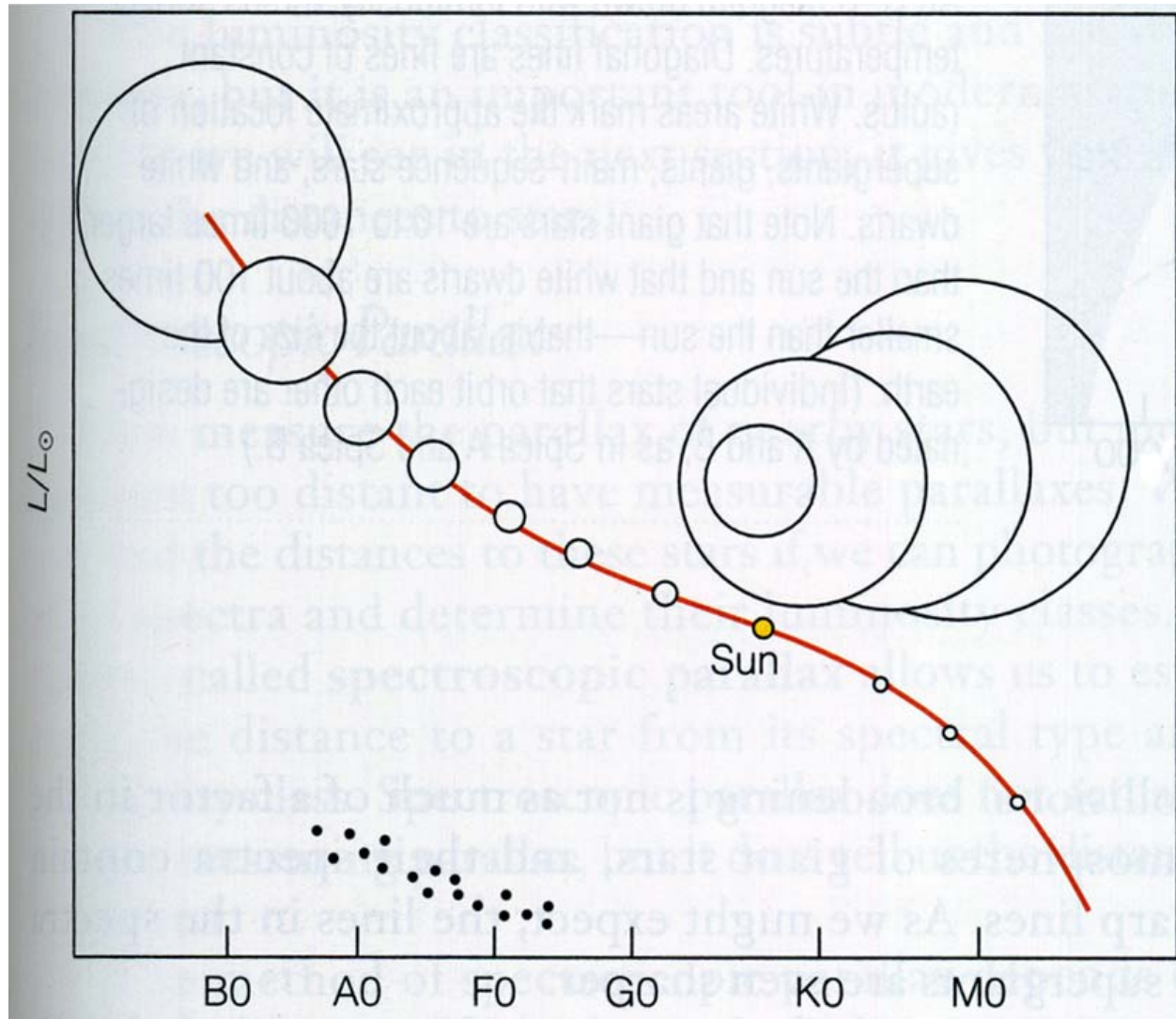
- Koristimo Sunce kao standardnu zvezdu + spektar zvezde

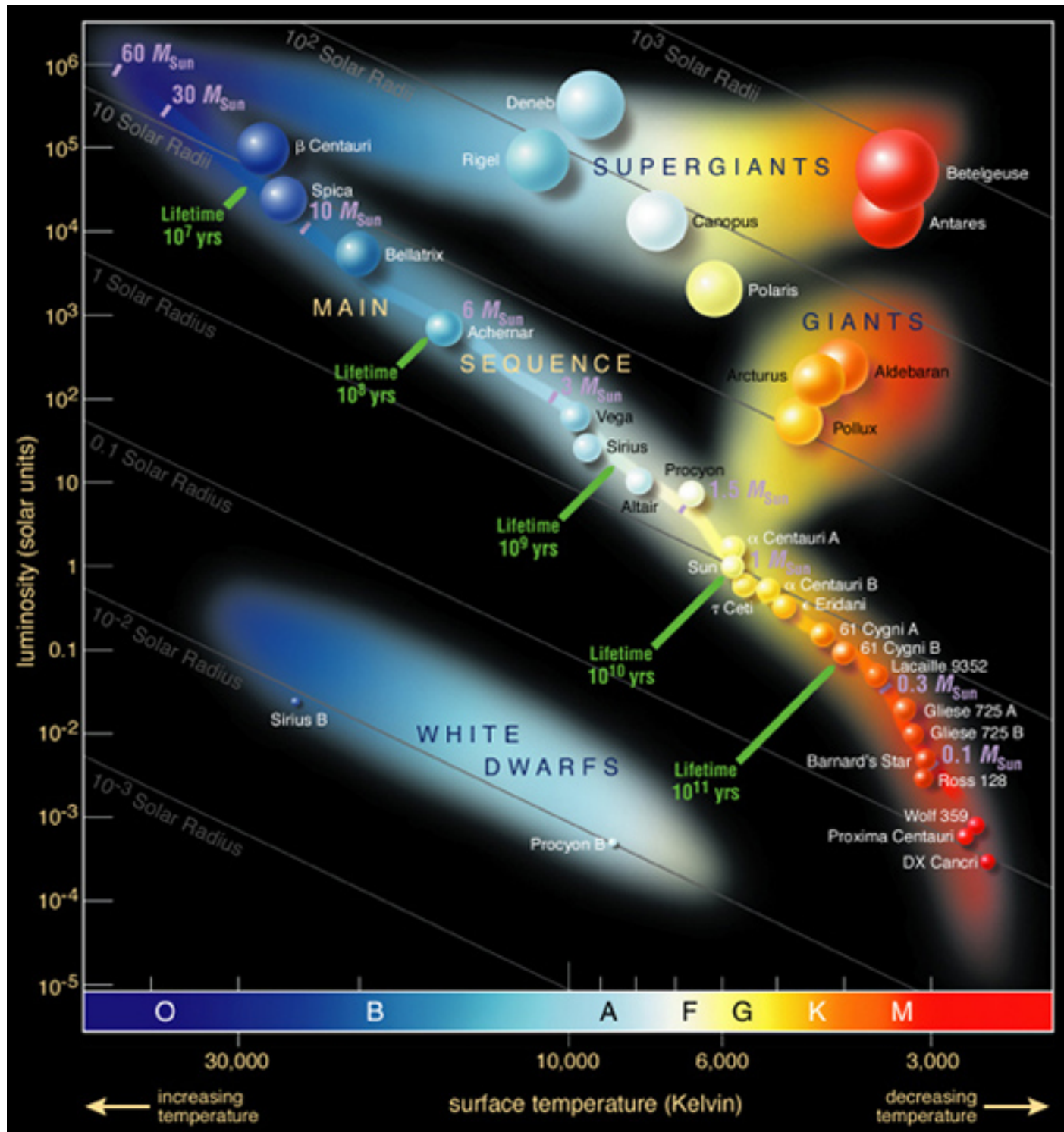
$$M_{\text{bol}} - 4.76 = -2.5 \log (L_* / L_{\odot})$$

$$= -5 \log (R_* / R_{\odot}) - 10 \log (T_{\text{ef}*} / T_{\text{ef}\odot})$$

$$M_{\text{bol}} = a + b \log T_{\text{eff}}$$

Zvezdani radijusi





Masa
zvezda