

1 Binarno kodirani dekadni brojevi

Za kodiranje dekadnih cifara binarnim brojevima potrebne su bar četiri binarne cifre. Postoji više načina da se jednoj dekadnoj cifri dodeli binarni kod. Na vežbama će biti razmotreni kodovi 8421 i višak 3.

1.1 Sabiranje i oduzimanje BCD brojeva

Pri sabiranju i oduzimanju važe opšta pravila sabiranja i oduzimanja celih brojeva u zapisu znak i apsolutna vrednost. To znači da se operacije nad označenim brojevima mogu svesti na operacije nad neoznačenim.

Sabiranje BCD brojeva se vrši u dve faze:

- U prvoj fazi se BCD zapisi cifara sabiraka sabiraju kao neoznačeni celi četvorocifreni binarni brojevi. Ako se javi prekoračenje, ono se prenosi kao jedinica koja se dodaje zbiru narednih dekadnih cifara. Ovi prenosi se pamte zbog upotrebe u drugoj fazi.
- U drugoj fazi se vrše korekcije koje zavise od koda u kome smo predstavljali dekadne cifre.

Oduzimanje se može izvršiti na dva načina:

- po sličnom principu kao i sabiranje, pri čemu se u obe faze umesto sabiranja vrši oduzimanje (8421)
- kao sabiranje u potpunom komplementu umanjenika sa umanjiocem kome je promenjen znak (višak 3)

1.2 Kod 8421

U kodu 8421 svakoj dekadnoj cifri pridružujemo odgovarajući binarni kod.

cifra	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
kod	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001

1.2.1 Aritmetika

Sabiranje brojeva se vrši u dve faze. U prvoj fazi, sabiraju se cifre na odgovarajućim pozicijama i beleže se dobijeni medjuzbrovi i prenosi. U drugoj fazi se na osnovu dobijenih vrednosti vrši korekcija kako bi svaka od cifara medjuzbira predstavljala korektnu cifru u kodu 8421.

Oduzimanje brojeva se vrši prema sličnom algoritmu za sabiranje brojeva: u prvoj fazi se oduzimaju cifre na odgovarajućim pozicijama i beleže se dobijene medjurazlike i pozajmice, a potom se vrši korekcija.

Izračunati:

1. $6841 + 2893$

Oba sabirka su pozitivna pa je i rezultat pozitivan. Apsolutna vrednost rezultata će biti zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva: $6841 + 2893$. Označimo apsolutne vrednosti sabiraka sa $A = 6841$ i $B = 2893$.

A	0110	1000	0100	0001
B	0010	1000	1001	0011
P'	0	1	0	0
C'	1001	0000	1101	0100
P''	0	0	1	0
K	0000	0110	0110	0000
C	1001	0111	0011	0100

Konačan rezultat: $+ 9734$

Komentar: Međurezultat $(1101)_2$ (pozicija 1, tj. druga kolona zdesna) je veći od $(1001)_2 = 9$ pa je potrebno korigovati ga. Shodno postupku sabiranja u dekadnom sistemu, treba oduzeti $(1010)_2 = 10$ ($1101 - 1010 = 0011$) i dodati $(10000)_2 = 16$, kako bi usledio prenos (u drugoj fazi) na narednu poziciju. To se svodi na dodavanje $(0110)_2 = 6$.

Međurezultat $(0000 + 1)_2$ (na poziciji 2) je manji od $(1001)_2 = 9$ ali je prilikom sabiranja postojao prenos 1 sa te na narednu poziciju pa je potrebno korigovati ga. Prenos 1 znači da je preneseno $(10000)_2 = 16$ na narednu poziciju, a treba 10. Zato je korekcija opet dodavanje $(0110)_2 = 6$.

Napomena: Oznake A, B, P', C', P'', K i C nije neophodno pisati.

2. $-23942 - 5189$

Na osnovu zapisa znak i apsolutna vrednost oduzimanje svodimo na sabiranje:

$$-23942 - 5189 = -23942 + (-5189) = -(23942 + 5189)$$

Oba sabirka su negativna pa je i rezultat negativan. Apsolutna vrednost rezultata će biti zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva. Neka je $A = 23942$ i $B = 5189$.

Apsolutne vrednosti sabiraka su različitih dužina pa vršimo proširivanje kraće vrednosti: $B = 5189 = 05189$

A	0010	0011	1001	0100	0010
B	0000	0101	0001	1000	1001
P'	0	0	0	0	0
C'	0010	1000	1010	1100	1011
P''	0	0	1	1	1
K	0000	0000	0110	0110	0110
C	0010	1001	0001	0011	0001

Konačan rezultat: - 29131

3. $7418 + 3709$ pri čemu dužina zapisa treba da bude 5

Oba sabirka su pozitivna pa je i rezultat pozitivan. Apsolutna vrednost rezultata će biti zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva. Neka je $A = 7418$ i $B = 3709$.

Dužina zapisa treba da bude 5 dekadnih cifara: $A = 07418$ i $B = 03709$.

A	0000	0111	0100	0001	1000
B	0000	0011	0111	0000	1001
P'	0	0	0	0	1
C'	0000	1010	1011	0010	0001
P''	0	1	1	0	0
K	0000	0110	0110	0000	0110
C	0001	0001	0001	0010	0111

Konačan rezultat: + 11127

4. $-259 - 948$

Na osnovu zapisa znak i apsolutna vrednost sledi:

$$-259 - 948 = -259 + (-948) = -(259 + 948)$$

Oba sabirka su negativna pa je i rezultat negativan. Apsolutna vrednost rezultata će biti zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva. Neka je $A = 259$ i $B = 948$.

A	0010	0101	1001
B	1001	0100	1000
P'	0	0	1
C'	1011	1010	0001
P''	1	1	0
K	0110	0110	0110
C	0010	0000	0111

Prenos sa pozicije najveće težine u polju P'' je 1 ($P_3'' = 1$) pa je došlo do prekoračenja.

5. $8319 + 8257$

Oba broja su pozitivna pa je i rezultat pozitivan. Apsolutna vrednost rezultata će biti zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva. Neka je $A = 8319$ i $B = 8257$.

A	1000	0011	0001	1001
B	1000	0010	0101	0111
P'	1	0	0	1
C'	0000	0101	0111	0000

Prenos sa pozicije najveće težine u polju P' je 1 ($P_4' = 1$) pa je došlo do prekoračenja.

Izračunati:

1. $1275 - 452$

$$1275 - 452 = 1275 + (-452) = +(1275 - 452).$$

Kako se sabiraju brojevi različitog znaka, znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću, pa je rezultat pozitivan. Apsolutna vrednost rezultata će biti razlika veće i manje apsolutne vrednosti zadatih brojeva: $1275-452$. Neka je $A = 1275$ i $B = 452$.

Apsolutne vrednosti brojeva su različitih dužina pa vršimo proširivanje kraće vrednosti: $B = 452 = 0452$.

A	0001	0010	0111	0101
B	0000	0100	0101	0010
P'	0	1	0	0
C'	0000	1110	0010	0011
K	0000	0110	0000	0000
C	0000	1000	0010	0011

Konačan rezultat: $+ 0823 = 823$

Komentar: Međurezultat $(1110)_2$ (pozicija 2, tj. treća kolona zdesna) je potrebno korigovati jer prilikom oduzimanja postoji pozajmica 1 sa naredne pozicije. Vrednost pozajmice je $(10000)_2 = 16$. U odnosu na račun u dekadnom sistemu to je za 6 više pa je potrebno oduzeti $(0110)_2 = 6$.

2. $2469 - 4167$

$$2469 - 4167 = 2469 + (-4167) = -(4167 - 2469).$$

Kako se sabiraju brojevi različitog znaka, znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću pa je rezultat negativan. Apsolutna vrednost rezultata će biti razlika veće i manje apsolutne vrednosti zadatih brojeva: $4167-2469$. Postupak oduzimanja prikazan je u levoj tabeli.

Oduzimanje neoznačenih brojeva $4167 - 2469$ se u zapisu 8421 može svesti i na sabiranje u potpunom komplementu umanjnika sa umanjiocem kome je promenjen znak. Zapise brojeva treba najpre proširiti cifrom znaka (nulom) pa se dobija: $(04167 - 02469)_{pk} = (04167 + 97531)_{pk}$

Postupak sabiranja je prikazan u desnoj tabeli.

Pojava prenosa sa pozicije najveće težine u polju P'' ($P_5'' = 1$) ne označava prekoračenje, jer se sabira u potpunom komplementu gde se taj prenos zanemaruje.

S obzirom da sabiramo brojeve različitog znaka u potpunom komplementu do prekoračenja ne može doći. Setimo se da zapravo oduzimamo manji od većeg broja, što uvek može da se izračuna. Rezultat će uvek biti pozitivan, tj. imaće vodeću nulu.

	0100	0001	0110	0111
	0010	0100	0110	1001
0	1	1	1	0
	0001	1100	1111	1110
	0000	0110	0110	0110
	0001	0110	1001	1000

	0000	0100	0001	0110	0111
	1001	0111	0101	0011	0001
0	0	0	0	0	0
	1001	1011	0110	1001	1000
1	1	0	0	0	0
	0110	0110	0000	0000	0000
	0000	0001	0110	1001	1000

Konačan rezultat: $- 1698$

3. $-2832 + 9627$

$$-2832 + 9627 = +(9627 - 2832).$$

Brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: rezultat je pozitivan. Apsolutna vrednost rezultata će biti razlika veće i manje apsolutne vrednosti zadatih brojeva: $9627-2832$. Oduzimanje je dato u levoj tabeli, a svođenje na sabiranje $09627+97168$ u potpunom komplementu u desnoj (prenos $P_5'' = 1$ i u ovom slučaju ne označava prekoračenje).

A	1001	0110	0010	0111
B	0010	1000	0011	0010
P'	0	0	0	0
C'	0110	1101	1111	0101
K	0000	0110	0110	0000
C	0110	0111	1001	0101

	0000	1001	0110	0010	0111
	1001	0111	0001	0110	1000
0	1	0	0	0	0
	1010	0000	0111	1000	1111
1	0	0	0	1	0
	0110	0110	0000	0000	0110
	0000	0110	0111	1001	0101

Konačan rezultat: $+ 6795$

4. $-5372 + 4913$

$$-5372 + 4913 = -(5372 - 4913)$$

Rezultat će biti negativan, a apsolutna vrednost rezultata je razlika veće i manje apsolutne vrednosti zadatih brojeva: $5372-4913$. Oduzimanje je dato u levoj tabeli, a svođenje na sabiranje $05372 + 95087$ u potpunom komplementu u desnoj (prenos $P'_5 = 1$ i u ovom slučaju ne označava prekoračenje).

A	0101	0011	0111	0010
B	0100	1001	0001	0011
P'	0	1	0	1
C'	0000	1010	0101	1111
K	0000	0110	0000	0110
C	0000	0100	0101	1001

	0000	0101	0011	0111	0010
	1001	0101	0000	1000	0111
0	0	0	0	0	0
	1001	1010	0011	1111	1001
1	1	0	1	0	0
	0110	0110	0000	0110	0000
	0000	0000	0100	0101	1001

Konačan rezultat: - 459

5. $9814 - 6925$

$$9814 - 6925 = 9814 + (-6925) = +(9814 - 6925)$$

Rezultat je pozitivan, a apsolutna vrednost rezultata je razlika veće i manje apsolutne vrednosti zadatih brojeva: $9814-6925$. Oduzimanje je dato u levoj tabeli, a svođenje na sabiranje $09814 + 93075$ u potpunom komplementu u desnoj (prenos $P'_5 = 1$ i u ovom slučaju ne označava prekoračenje).

A	1001	1000	0001	0100
B	0110	1001	0010	0101
P'	0	1	1	1
C'	0010	1110	1110	1111
K	0000	0110	0110	0110
C	0010	1000	1000	1001

	0000	1001	1000	0001	0100
	1001	0011	0000	0111	0101
0	0	0	0	0	0
	1001	1100	1000	1000	1001
1	1	0	0	0	0
	0110	0110	0000	0000	0000
	0000	0010	1000	1000	1001

Konačan rezultat: +2889

2 BCD brojevi - kod višak 3

U kodu višak 3 svaka dekadna cifra se prikazuje kao četvorobitna BCD 8421 vrednost uvećana za 3.

cifra	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
kod	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100

2.1 Aritmetika

Sabiranje brojeva se vrši u dve faze. U prvoj fazi sabiraju se cifre na odgovarajućim pozicijama, beleži dobijeni međjuzbir i prenos. U drugoj fazi se na osnovu dobijenih vrednosti vrši korekcija kako bi svaka od cifara međjuzbira predstavljala korektnu cifru u kodu višak 3.

Pošto je kod višak 3 komplementaran određivanje potpunog komplementa broja zapisanog u ovom kodu se jednostavno vrši komplementiranjem datog zapisa.

Zato se oduzimanje najjednostavnije vrši kao sabiranje u potpunom komplementu umanjenika sa umanjioecom kome je promenjen znak.

Izračunati:

1. $-2956-5678$

$$-2956 - 5678 = -2956 + (-5678) = -(2956 + 5678).$$

Oba broja su negativna pa je i rezultat negativan, a apsolutna vrednost rezultata će biti zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva. Neka je $A = 2956$ i $B = 5678$.

A	0101	1100	1000	1001
B	1000	1001	1010	1011
P'	0	1	1	1
C'	1110	0110	0011	0100
	-	+	+	+
K	0011	0011	0011	0011
C	1011	1001	0110	0111

Konačan rezultat: - 8634

Komentar: Ukoliko je u prvoj fazi sabiranja postojao prenos 1 sa date pozicije na narendu, međurezultat je potrebno korigovati dodavanjem $(0011)_2$. Prenosom je anuliran višak 6 iz međurezultata, tako da je on dekadno korektan, ali se dodaje $(0011)_2$ da bi bio ispravno zapisan u kodu višak 3.

Ukoliko u prvoj fazi sabiranja nije postojao prenos sa date pozicije na narendu, međurezultat je potrebno korigovati oduzimanjem $(0011)_2$. Kako nije bilo prenosa, međurezultat je uvećan za 6 pa se oduzimanjem $(0011)_2$ zapisuje sa viškom 3.

Oduzimanje korekcije $(0011)_2$ može se svesti na sabiranje u potpunom komplementu sa $(1101)_2$:

A	0101	1100	1000	1001
B	1000	1001	1010	1011
P'	0	1	1	0
C'	1110	0110	0011	0100
	+	+	+	+
K	1101	0011	0011	0011
C	1011	1001	0110	0111

Napomena: Oznake A , B , P' , C' , K i C nije neophodno pisati.

2. $4051+294$

Rezultat je pozitivan, a apsolutna vrednost rezultata će biti zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva: $4051+0294$.

	0111	0011	1000	0100
	0011	0101	1100	0111
0	0	1	0	0
	1010	1001	0100	1011
	-	-	+	-
	0011	0011	0011	0011
	0111	0110	0111	1000

Konačan rezultat: +4345

3. $1721+8539$

Rezultat pozitivan, a apsolutna vrednost rezultata je zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva:
Neka je $A = 1721$ i $B = 8539$

A	0100	1010	0101	0100
B	1011	1000	0110	1100
P'	1	1	0	1
C'	0000	0010	1100	0000

Prenos sa pozicije najveće težine u polju P' je 1 ($P'_4 = 1$) pa je došlo do prekoračenja.

4. Izračunati $-352-8139$.

$-352 + (-8139) = -(0352 + 8139)$. Oba broja su negativna pa je i rezultat negativan, a apsolutna vrednost rezultata će biti zbir apsolutnih vrednosti zadatih brojeva: $0352+8139$.

	0011	0110	1000	0101
	1011	0100	0110	1100
0	0	0	1	0
	1110	1010	1111	0001
	-	-	-	+
	0011	0011	0011	0011
	1011	0111	1100	0100

Konačan rezultat: -8491

Izračunati:

1. 5321-5395

$$5321 - 5395 = 5321 + (-5395)$$

Brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: rezultat je negativan. Apsolutna vrednost rezultata je razlika veće i manje apsolutne vrednosti zadatih brojeva: 5395-5321

Neka je $A = 5395$ i $B = 5321$

Kako je kod višak 3 komplementaran, oduzimanje $A - B$ svodimo na sabiranje u potpunom komplementu $[A]_{pk} + [-B]_{pk}$. Pošto zapisi oba broja treba da budu u potpunom komplementu, potrebna je dužina 5, da bi se predstavio i znak broja: $A = 05395$ i $B = 05321$

B	0011	1000	0110	0101	0100
$[-B]_{nk}$	1100	0111	1001	1010	1011
+1					0001
$[-B]_{pk}$	1100	0111	1001	1010	1100
$[A]_{pk}$	0011	1000	0110	1100	1000
$[-B]_{pk}$	1100	0111	1001	1010	1100
P'	1	1	1	1	0
C'	0000	0000	0000	0111	0100
	+	+	+	+	+
K	0011	0011	0011	0011	0011
C	0011	0011	0011	1010	0111

Konačan rezultat: -74.

Pošto se sabiraju brojevi različitog znaka do prekoračenja ne može doći. Pojava prenosa sa pozicije najveće težine u polju P' ($P'_5 = 1$) ne označava prekoračenje, jer se sabira u potpunom komplementu gde se taj prenos zanemaruje.

2. 6841-2093 pri čemu dužina zapisa treba da bude 5

$$6841 - 2093 = 6841 + (-2093)$$

Znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: rezultat je pozitivan. Apsolutna vrednost rezultata će biti razlika veće i manje apsolutne vrednosti zadatih brojeva: 6841-02093

Neka je $A = 6841$ i $B = 02093$

Kako je kod višak 3 komplementaran, oduzimanje $A - B$ svodimo na sabiranje u potpunom komplementu $[A]_{pk} + [-B]_{pk}$:

B	0011	0101	0011	1100	0110
$[-B]_{nk}$	1100	1010	1100	0011	1001
+1					0001
$[-B]_{pk}$	1100	1010	1100	0011	1010
$[A]_{pk}$	0011	1001	1011	0111	0100
$[-B]_{pk}$	1100	1010	1100	0011	1010
P'	1	1	1	0	0
C'	0000	0100	0111	1010	1110
K	0011	0011	0011	1101	1101
C	0011	0111	1010	0111	1011

Konačan rezultat: +4748

Pošto se sabiraju brojevi različitog znaka do prekoračenja ne može doći. Pojava prenosa sa pozicije najveće težine u polju P' ($P'_5 = 1$) ne označava prekoračenje zbog pravila za sabiranje u potpunom komplementu.

3. -3219+1853

$$-3219 + 1853 = -(3219 - 1853)$$

Neka je $A = 3219$ i $B = 1853$

Kako je kod višak 3 komplementaran, oduzimanje $A - B$ svodimo na sabiranje u potpunom komplementu $[A]_{pk} + [-B]_{pk}$ i proširujemo zapise za A i B: $A = 03219$ i $B = 01853$

B	0011	0100	1011	1000	0110
$[-B]_{nk}$	1100	1011	0100	0111	1001
+1					0001
$[-B]_{pk}$	1100	1011	0100	0111	1010
$[A]_{pk}$	0011	0110	0101	0100	1100
$[-B]_{pk}$	1100	1011	0100	0111	1010
P'	1	1	0	0	0
C'	0000	0001	1001	1100	0110
K	0011	0011	1101	1101	0011
C	0011	0100	0110	1001	1001

Konačan rezultat: -1366

Pošto se sabiraju brojevi različitog znaka do prekoračenja ne može doći. Pojava prenosa sa pozicije najveće težine u polju P' ($P'_5 = 1$) ne označava prekoračenje zbog pravila za sabiranje u potpunom komplementu.

4. -1835+4923

$$-1835 + 4923 = +(4923 - 1835)$$

Neka je $A = 4923$ i $B = 1835$

Kako je kod višak 3 komplementaran, oduzimanje $A - B$ svodimo na sabiranje u potpunom komplementu $[A]_{pk} + [-B]_{pk}$ i proširujemo zapise za A i B: $A = 04923$ i $B = 01835$:

B	0011	0100	1011	0110	1000
$[-B]_{nk}$	1100	1011	0100	1001	0111
+1					0001
$[-B]_{pk}$	1100	1011	0100	1001	1000
$[A]_{pk}$	0011	0111	1100	0101	0110
$[-B]_{pk}$	1100	1011	0100	1001	1000
P'	1	1	1	0	0
C'	0000	0011	0000	1110	1110
K	0011	0011	0011	1101	1101
C	0011	0110	0011	1011	1011

Konačan rezultat: -3088

Pošto se sabiraju brojevi različitog znaka do prekoračenja ne može doći. Pojava prenosa sa pozicije najveće težine u polju P' ($P'_5 = 1$) ne označava prekoračenje zbog pravila za sabiranje u potpunom komplementu.