

1 Modifikovani Butov algoritam

Modifikovani Butov algoritam minimizuje broj aritmetičkih operacija prilikom množenja označenih brojeva. Modifikacija garantuje da će u najgorem slučaju biti potrebno najviše $\frac{n}{2}$ sabiranja ili oduzimanja, gde je n broj bitova u mnoziocu.

1.1 Implementacija pomoću Butovog kodiranog mnozioca

Posmatrajmo primer $-28 \cdot 111$, gde brojeve treba predstaviti binarno sa 8 cifara.

1.1.1 Zapis brojeva

Množenik se zapisuje kao broj dužine 16 bitova u potpunom komplementu.

U primeru koji posmatramo množenik je -28:

$$(-28)_{10} = -32 + 4 = (100100)_{pk}^6 = (11111111 \ 11100100)_{pk}^{16}$$

Množilac se prvo zapisuje kao broj dužine 8 bitova u potpunom komplementu, a zatim se formira *Butov kodirani množilac*.

U primeru koji posmatramo množilac je 111:

$$(111)_{10} = 64 + 32 + 8 + 4 + 2 + 1 = (1101111)_2 = (01101111)_{pk}^8$$

1.1.2 Formiranje Butovog kodiranog mnozioca

Idea je uočiti uzastopne nizove jedinica u mnoziocu. Početak serije jedinica treba obeležiti sa -1 , a kraj serije (prvu pojavu nule) sa $+1$. Na svim ostalim pozicijama treba upisati nule.

U posmatranom primeru, kodirani množilac je oblika:

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ +1 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}$$

Ovakav zapis mnozioca preko -1 , 0 i 1 zovemo *Butov kodirani množilac*.¹ Pojava -1 u kodiranom mnoziocu znači da se radi oduzimanje (dvobitna kombinacija u originalnom mnoziocu je 10), a $+1$ da se radi sabiranje (dvobitna kombinacija u originalnom mnoziocu je 01).

1.1.3 Izdvajanje parova i računanje vrednosti

Ako sa

$$a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$$

obeležimo kodirani množilac, parove izdvajamo zdesna ulevo počevši od pozicije najmanje težine:

$$(a_1, a_0), (a_3, a_2), (a_5, a_4) \text{ i } (a_7, a_6)$$

Parovi se formiraju od vrednosti -1 , 0 ili $+1$ i ima ih ukupno 7: $(-1, 0)$, $(-1, 1)$, $(0, -1)$, $(0, 0)$, $(0, +1)$, $(+1, -1)$ i $(+1, 0)$ (parovi $(+1, +1)$ i $(-1, -1)$ se nikada ne pojavljuju).

Za kodirani množilac u posmatranom primeru $+1 \ 0 \ -1 \ +1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1$ parovi su (broj $k \in [0, \frac{n}{2} - 1]$ predstavlja redni broj para):

k	(a_{2k+1}, a_{2k})
0	$(a_1, a_0) = (0, -1)$
1	$(a_3, a_2) = (0, 0)$
2	$(a_5, a_4) = (-1, +1)$
3	$(a_7, a_6) = (+1, 0)$

Svakom paru sada možemo pridružiti odgovarajuću vrednost po pravilu:

$$\text{vrednost}((a_{2k+1}, a_{2k})) = 2 * a_{2k+1} + a_{2k}, \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

¹Još neki primeri:

za broj 10011001 modifikovani oblik je $-10 + 10 - 10 + 1 - 1$.

za broj 00111000 modifikovani oblik je $0 + 100 - 1000$.

za broj 11010110 modifikovani oblik je $0 - 1 + 1 - 1 + 10 - 10$.

za broj 00011011 modifikovani oblik je $00 + 10 - 1 + 10 - 1$.

Proverom se dobija da su moguće vrednosti -2, -1, 0, 1 i 2.

Za posmatrani primer, vrednosti parova su:

k	(a_{2k+1}, a_{2k})	$v_k = 2 \cdot a_{2k+1} + a_{2k}$
0	$(a_1, a_0) = (0, -1)$	$2 \cdot 0 + (-1) = -1$
1	$(a_3, a_2) = (0, 0)$	$2 \cdot 0 + 0 = 0$
2	$(a_5, a_4) = (-1, +1)$	$2 \cdot (-1) + (+1) = -1$
3	$(a_8, a_7) = (+1, 0)$	$2 \cdot (+1) + 0 = 2$

1.1.4 Pomeranje množenika i računanje međuproizvoda

Za svaku vrednost broja k ($k=0,1,2,3$) prvo treba pomeriti množenik za $2k$ bita ulevo, a zatim tako dobijeni binaran broj treba pomnožiti vrednošću v_k para (a_{2k+1}, a_k) . Pritom važi:

1. Ako je vrednost para $v_k = 2$, množenje se svodi na pomeranje množenika za jednu poziciju ulevo.
2. Ako je vrednost para $v_k = 1$, množenik se ne menja.
3. Ako je vrednost para $v_k = 0$, rezultat je 0.
4. Ako je vrednost para $v_k = -1$, množenje se svodi na komplementiranje i dodavanje jedinice na poziciju najmanje težine.
5. Ako je vrednost para $v_k = -2$, množenje se svodi na pomeranje množenika za jednu poziciju ulevo, a zatim na komplementiranje tako dobijenog rezultata i dodavanje jedinice na poziciju najmanje težine. Isti rezultat će se dobiti i ako se promeni redosled radnji komplementiranja i pomeranja.

Množenik koji posmatramo u primeru je 111111111100100.

k	v_k	množenik pomean za $2k$ mesta ulevo	pomeren množenik pomnožen vrednošću para
0	-1	11111111 11100100	00000000 00011100
1	0	11111111 10010000	00000000 00000000
2	-1	11111110 01000000	00000001 11000000
3	2	11111001 00000000	11110010 00000000

1.1.5 Konačan proizvod

Konačan proizvod se dobija sabiranjem svih međuproizvoda. Sabiranje se izvodi po pravilima koja važe za brojeve u potpunom komplementu pa se eventualni prenosi zanemaruju.

k	v_k	množenik pomean za $2k$ mesta ulevo	pomeren množenik pomnožen vrednošću para
0	-1	11111111 11100100	00000000 00011100
1	0	11111111 10010000	00000000 00000000
2	-1	11111110 01000000	00000001 11000000
3	2	11111001 00000000	11110010 00000000
			11110011 11011100

Proizvod je 11110011 11011100. Ostaje odrediti još njegovu dekadnu vrednost. Na poziciji najveće težine je 1 što znači da je broj negativan i da vrednost dobijamo komplementiranjem bitova i dodavanjem jedinice na poziciju najmanje težine:

$$(1111001111011100)_{pk} = -(0000110000100100)_2 = -(2^{11} + 2^{10} + 2^5 + 2^2) = -3108$$

Konačan rezultat je: -3108.

1.2 Implementacija pomoću trobitne kombinacije u množiocu

U implementaciji modifikovanog Butovog algoritma određivanje Butovog kodiranog množioca i vrednosti njegovih parova se spaja u jedan korak na osnovu trobitne kombinacije u množiocu.

Upotreba trobitne kombinacije podrazumeva postupak sličan osnovnom Butovom algoritmu. U tabeli je dat pregled svih trobitnih kombinacija bitova množioca i njima odgovarajući Butovi parovi i njihove vrednosti. Ako sa M označimo množienik, poslednja kolona tabele sadrži opis akcije koja se vrši za datu trobitnu kombinaciju: na sadržaj registra A dodaje se vrednost $v_k \cdot M$.

Bitovi množioca $2k+1, 2k, 2k-1$	Butov par a_{2k+1}, a_{2k}	Vrednost para v_k	Akcija $v_k \cdot M$
000	0, 0	0	$0 \cdot M$
001	0, +1	+1	$+1 \cdot M$
010	+1, -1	+1	$+1 \cdot M$
011	+1, 0	+2	$+2 \cdot M$
100	-1, 0	-2	$-2 \cdot M$
101	-1, +1	-1	$-1 \cdot M$
110	0, -1	-1	$-1 \cdot M$
111	0, 0	0	$0 \cdot M$

Primititi da komplementarnim trobitnim kombinacijama odgovaraju komplementarne akcije (npr. kombinaciji 001 odgovara akcija $+1 \cdot M$, dok komplementarnoj kombinaciji 110 odgovara komplementarna akcija $-1 \cdot M$).

Prilikom zapisivanja množienika i množioca broj bitova za zapis treba da bude paran i oba broja treba predstaviti jednakom brojem bitova.

Pritom, treba voditi računa da odabrana dužina zapisa omogućuje korektno pomeranje za jedno mesto ulevo zapisa množienika (prilikom množenja sa 2 ili -2), što podrazumeva da znak množienika ostane nepromenjen nakon pomeranja.

Za implementaciju algoritma potrebni su registri M , A , P odgovarajuće dužine n , jednobitni registar P_{-1} i jedan brojač. U M se upisuje množienik, u P množilac, dok su registri A i P_{-1} inicijalizovani nulom.

Algoritam ima $n/2$ koraka, pa se brojač inicijalizuje na $n/2$.

U svakom koraku se na osnovu trobitne kombinacije $P_1 P_0 P_{-1}$ množioca određuje koja se akcija vrši, nakon čega se radi aritmetičko pomeranje za dva mesta udesno sadržaja registara A , P i P_{-1} koji se posmatraju kao jedna reč. Pritom se brojač smanjuje za 1. Postupak se završava kada brojač dostigne 0.

Rezultat na kraju očitavamo iz registara A i P .

Posmatrajmo primer $-28 \cdot 111$.

Množenik M je -28:

$$M = (-28)_{10} = -32 + 4 = (100100)_{pk}^6$$

Množilac P je 111:

$$P = (111)_{10} = 64 + 32 + 8 + 4 + 2 + 1 = (01101111)_{pk}^8$$

Minimalna dužina za zapis oba broja je 8 i ona omogućuje korektno pomeranje zapisa množienika ulevo za jedno mesto $\Rightarrow M = (11100100)_{pk}^8$

Kodirani množilac je oblika: +1 0 -1 +1 0 0 0 -1.

Butovi parovi su, redom: (0, -1), (0, 0), (-1, +1) i (+1, 0), a njihove vrednosti v_k , redom: -1, 0, -1 i +2.

k	(a_{2k+1}, a_{2k})	$v_k = 2 \cdot a_{2k+1} + a_{2k}$
0	(0, -1)	$2 \cdot 0 + (-1) = -1$
1	(0, 0)	$2 \cdot 0 + 0 = 0$
2	(-1, +1)	$2 \cdot (-1) + (+1) = -1$
3	(+1, 0)	$2 \cdot (+1) + 0 = 2$

Postupak je dat u sledećoj tabeli:

brojac	A	P	P_{-1}	
4	00000000	01101111	<u>0</u>	inicijalizacija
3	00011100			$P_1P_0P_{-1} = 110 \Rightarrow$ Butov par je $(0, -1)$ pa je akcija $A = A + (-1) \cdot M$
	00000111	00011011	<u>1</u>	APP_{-1} pomeramo udesno za dva mesta
2	00000001	11000110	<u>1</u>	$P_1P_0P_{-1} = 111 \Rightarrow$ Butov par je $(0, 0)$ pa nema akcije ($A = A + 0 \cdot M$)
	00011101			APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
1	00000111	01110001	<u>1</u>	$P_1P_0P_{-1} = 101 \Rightarrow$ Butov par je $(-1, +1)$ pa je akcija $A = A + (-1) \cdot M$
	11001111			APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
0	11110011	11011100	0	$P_1P_0P_{-1} = 011 \Rightarrow$ Butov par je $(+1, 0)$ pa je akcija $A = A + (+2) \cdot M$
				APP_{-1} pomeramo udesno (2x)

U postupku se koriste sledeći proizvodi $v_k \cdot M$:

$$(-1) \cdot M = (00011100)_2$$

$$(+2) \cdot M = (11001000)_2$$

rezultat je:

$$AP = (1111\ 0011\ 1101\ 1100)_{pk}^{16} = -3108 \text{ (na osnovu ranijeg računa)}$$

1.3 Zadaci za vežbu

1. Izračunati $-6 \cdot 118$ koristeći modifikovani Butov algoritam sa kodiranim množiocem. Brojeve predstaviti sa 8 bitova i rezultat prevesti u dekadni brojevni sistem.

množenik:

$$-6 = -8 + 2 = (1010)_{pk} = (11111111\ 11111010)_{pk}^{16}$$

množilac:

$$118 = (1110110)_2 = (01110110)_{pk}^8$$

Butov kodirani množilac:

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & -1 & +1 & 0 & -1 & 0 \end{array}$$

k	par	v_k	množenik $\ll 2k$	$(\text{množenik} \ll 2k) \cdot v_k$
0	$(-1, 0)$	-2	1111111111111010	komplement: 0000000000000110 pomeranje ulevo: 0000000000001100
1	$(+1, 0)$	2	1111111111101000	pomeranje ulevo: 1111111111010000
2	$(0, -1)$	-1	1111111110100000	komplement: 0000000011000000
3	$(+1, 0)$	2	1111111010000000	pomeranje ulevo: 1111101000000000
				konačan zbir: 111110100111100

konačan rezultat:

$$(111110100111100)_{pk} = -(0000001011000100)_2 = -(2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^2) = -708$$

2. Izračunati $13 \cdot (-6)$ koristeći modifikovani Butov algoritam sa trobitnom kombinacijom množioca. Brojeve predstaviti minimalnim mogućim brojem bitova i rezultat prevesti u dekadni brojevni sistem.

$$\text{množenik: } M = (13)_{10} = (01101)_{pk}^5$$

$$\text{množilac: } P = (-6)_{10} = -8 + 2 = (1010)_{pk}^4$$

Minimalna dužina za zapis oba broja je 6 i ona omogućuje korektno pomeranje zapisa množenika ulevo za jedno mesto pa imamo:

$$M = (001101)_{pk}^6, P = (111010)_{pk}^6$$

Kodirani množilac je oblika: 0 0 -1 +1 -1 0.

Butovi parovi i njihove vrednosti su, redom:

k	(a_{2k+1}, a_{2k})	$v_k = 2 \cdot a_{2k+1} + a_{2k}$
0	$(-1, 0)$	-2
1	$(-1, +1)$	-1
2	$(0, 0)$	0

Postupak je dat u sledećoj tabeli:

brojac	A	P	P_{-1}	
3	000000	111010	0	inicijalizacija
	100110			$P_1P_0P_{-1} = 100 \Rightarrow$ Butov par je $(-1, 0)$ pa je akcija $A = A + (-2) \cdot M$
2	111001	101110	1	APP_{-1} pomeramo udesno za dva mesta
	101100			$P_1P_0P_{-1} = 101 \Rightarrow$ Butov par je $(-1, +1)$ pa je akcija $(A = A + (-1) \cdot M)$
1	111011	001011	1	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
				$P_1P_0P_{-1} = 111 \Rightarrow$ Butov par je $(0, 0)$ pa nema akcije $(A = A + 0 \cdot M)$
0	111110	110010	1	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)

U postupku se koriste sledeći proizvodi $v_k \cdot M$:

$$(+2) \cdot M = 011010$$

$$(-2) \cdot M = 100110$$

$$(-1) \cdot M = 110011$$

rezultat je:

$$AP = (111110 \ 110010)_{pk}^{12} = (10110010)_{pk}^8 = -2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^1 = -78$$

3. Izračunati $27 \cdot 18$ koristeći modifikovani Butov algoritam sa trobitnom kombinacijom množioca. Brojeve predstaviti minimalnim mogućim brojem bitova i rezultat prevesti u dekadni brojevni sistem.

$$\text{množenik: } M = (27)_{10} = (011011)_{pk}^6$$

$$\text{množilac: } P = (18)_{10} = (010010)_{pk}^6$$

Oba broja se mogu zapisati u potpunom komplementu sa 6 cifara. Kako se pomeranje ulevo za jedno mesto zapisa množenika ne može isvesti korektno u dužini 6 zbog promene znaka (110110), brojeve ćemo zapisati sa 8 cifara:

$$M = (00011011)_{pk}^8, P = (00010010)_{pk}^8$$

Kodirani množilac je oblika: 0 0 +1 -1 0 +1 -1 0.

Butovi parovi i njihove vrednosti su, redom:

k	(a_{2k+1}, a_{2k})	$v_k = 2 \cdot a_{2k+1} + a_{2k}$
0	$(-1, 0)$	-2
1	$(0, +1)$	1
2	$(+1, -1)$	1
3	$(0, 0)$	0

Postupak je dat u sledećoj tabeli:

brojac	A	P	P_{-1}	
4	00000000	00010010	0	inicijalizacija
	11001010			$P_1P_0P_{-1} = 100 \Rightarrow$ Butov par je $(-1, 0)$ pa je akcija $A = A + (-2) \cdot M$
3	11110010	10000100	1	APP_{-1} pomeramo udesno za dva mesta
	00001101			$P_1P_0P_{-1} = 001 \Rightarrow$ Butov par je $(0, +1)$ pa je akcija $A = A + 1 \cdot M$
2	00000011	01100001	0	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
	00011110			$P_1P_0P_{-1} = 010 \Rightarrow$ Butov par je $(+1, -1)$ pa je akcija $A = A + 1 \cdot M$
1	00000111	10011000	0	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
				$P_1P_0P_{-1} = 000 \Rightarrow$ Butov par je $(0, 0)$ pa nema akcije $(A = A + 0 \cdot M)$
0	00000001	11100110	0	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)

U postupku se koriste sledeći proizvodi $v_k \cdot M$:

$$(+2) \cdot M = 00110110$$

$$(-2) \cdot M = 11001010$$

rezultat je:

$$AP = (0000 \ 0001 \ 1110 \ 0110)_{pk}^{16} = 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 = 486$$

4. Izračunati $91 \cdot (-101)$ koristeći modifikovani Butov algoritam na oba načina: sa kodiranim množiocem i sa trobitnom kombinacijom množioca. Brojeve predstaviti minimalnim mogućim brojem bitova i rezultat prevesti u dekadni brojevni sistem.

I način: pomoću kodiranog množioca

množenik: $91 = (01011011)_{pk}^8 = (00000000\ 01011011)_{pk}^{16}$
 množilac: $-101 = -128 + 16 + 8 + 2 + 1 = (10011011)_{pk}^8$

Butov kodirani množilac:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & +1 & 0 & -1 & +1 & 0 & -1 \end{array}$$

k	par	v_k	množenik $\ll 2k$	(množenik $\ll 2k$) $\cdot v_k$
0	(0,-1)	-1	0000000001011011	111111110100101
1	(-1,+1)	-1	0000000101101100	111111010010100
2	(+1,0)	+2	0000010110110000	0000101101100000
3	(-1,0)	-2	0001011011000000	0010110110000000 1101001010000000 1101110000011001

konačan rezultat:

$$(1101110000011001)_{pk} = -(0010001111100111)_2 = -(2^{13} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0) = -9191$$

II način: pomoću trobitne kombinacije množioca

Kako je zapis množenika $M = (91)_{10} = (01011011)_{pk}^8$, ukoliko bude potrebe za pomeranjem zapisa za jedno mesto ulevo, doći će do promene znaka, pa je potrebna dužina 10:

$$M = (0001011011)_{pk}^{10}, P = (-101)_{10} = (1110011011)_{pk}^{10}$$

brojac	A	P	P_{-1}	
5	0000000000	1110011011	0	inicijalizacija
	1110100101			$P_1P_0P_{-1} = 110 \Rightarrow$ Butov par je (0, -1), akcija je $A = A + (-1) \cdot M$
4	1111101001	0111100110	1	APP_{-1} pomeramo udesno za dva mesta
	1110001110			$P_1P_0P_{-1} = 101 \Rightarrow$ Butov par je (-1, +1), akcija je $A = A + (-1) \cdot M$
3	1111100011	1001111001	1	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
	0010011001			$P_1P_0P_{-1} = 011 \Rightarrow$ Butov par je (+1, 0), akcija je $A = A + 2 \cdot M$
2	0000100110	0110011110	0	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
	1101110000			$P_1P_0P_{-1} = 100 \Rightarrow$ Butov par je (-1, 0), akcija je $A = A + (-2) \cdot M$
1	1111011100	0001100111	1	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
				$P_1P_0P_{-1} = 111 \Rightarrow$ Butov par je (0, 0) i nema akcije
0	1111110111	0000011001	1	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)

U postupku se koriste sledeći proizvodi $v_k \cdot M$:

$$(-1) \cdot M = 1110100101$$

$$(+2) \cdot M = 0010110110$$

$$(-2) \cdot M = 1101001010$$

$$\text{rezultat je: } AP = (1111\ 1101\ 1100\ 0001\ 1001)_{pk}^{20} = -9191$$

5. Izračunati $(-51) \cdot (-102)$ koristeći modifikovani Butov algoritam na oba načina: sa kodiranim množiocem (*januar 2, 2017, grupa A*) i sa trobitnom kombinacijom množioca. Brojeve predstaviti minimalnim mogućim brojem bitova i rezultat prevesti u dekadni brojevni sistem.

I način: pomoću kodiranog množioca

množenik: $-51 = -64 + 8 + 4 + 1 = (1001101)_{pk}^7 = (11001101)_{pk}^8 = (11111111 \ 11001101)_{pk}^{16}$
 množilac: $-102 = -128 + 16 + 8 + 2 = (10011010)_{pk}^8$

Butov kodirani množilac:

1 0 0 1 1 0 1 0
 -1 0 +1 0 -1 +1 -1 0

k	par	v_k	množenik $\ll 2k$	(množenik $\ll 2k) \cdot v_k$
0	(-1,0)	-2	1111111111001101	1111111110011010 000000001100110
1	(-1,+1)	-1	1111111100110100	000000011001100
2	(+1,0)	+2	1111110011010000	1111100110100000
3	(-1,0)	-2	1111001101000000	1110011010000000 0001100110000000
				0001010001010010

konačan rezultat:

$$(0001010001010010)_{pk} = 2^{12} + 2^{10} + 2^6 + 2^4 + 2^1 = 5202$$

II način: pomoću trobitne kombinacije množioca

Kako je zapis množenika $M = -51 = (11001101)_{pk}^8$, ukoliko bude potrebe za pomeranjem zapisa za jedno mesto ulevo, znak se neće promeniti, pa je dužina 8 korektna.

$$P = (-102)_{10} = (10011010)_{pk}^8$$

brojac	A	P	P_{-1}	
4	00000000	1001101 <u>0</u>	<u>0</u>	inicijalizacija
	01100110			$P_1 P_0 P_{-1} = 100 \Rightarrow$ Butov par je (-1,0), akcija je $A = A + (-2) \cdot M$
3	00011001	101001 <u>10</u>	<u>1</u>	APP_{-1} pomeramo udesno za dva mesta
	01001100			$P_1 P_0 P_{-1} = 101 \Rightarrow$ Butov par je (-1, +1), akcija je $A = A + (-1) \cdot M$
2	00010011	0010100 <u>1</u>	<u>1</u>	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
	10101101			$P_1 P_0 P_{-1} = 011 \Rightarrow$ Butov par je (+1,0), akcija je $A = A + 2 \cdot M$
1	11101011	010010 <u>10</u>	<u>0</u>	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)
	01010001			$P_1 P_0 P_{-1} = 100 \Rightarrow$ Butov par je (-1,0), akcija je $A = A + (-2) \cdot M$
0	00010100	01010010	1	APP_{-1} pomeramo udesno (2x)

U postupku se koriste sledeći proizvodi $v_k \cdot M$:

$$(+2) \cdot M = 10011010$$

$$(-2) \cdot M = 01100101$$

$$(-1) \cdot M = 00110011$$

$$\text{rezultat je: } AP = (0001 \ 0100 \ 0101 \ 0010)_{pk}^{16} = 5202$$