1 Brojevni sistemi sa ostacima

Brojevne sisteme sa ostacima karakteriše različita osnova za svaku poziciju.
Skup pozitivnih celih brojeva

$$m_n, m_{n-1}, \ldots, m_1$$

pri čemu broj $m_i,\ i = 1, \ldots, n$ predstavlja osnovu pozicije i, nazivamo skupom modula ili osnova i obeležavamo sa

$$RBS(m_n|m_{n-1}|\ldots|m_1)$$

Da bi se izbegla višeznačnost zapisa brojeva moduli imaju svojstvo da su uzajamno prosti

$$NZD(m_{i+1}, m_i) = 1, i = 1, \ldots, n-1$$

i da opadaju u odnosu na poziciju najveće težine

$$m_n > m_{n-1} > \ldots > m_1$$

U ovom sistemu se može predstaviti ukupno $M = m_n \cdot m_{n-1} \cdot \ldots \cdot m_1$ različitih vrednosti.

Dinamički interval u kome se predstavljaju brojevi može da bude:

- za neoznačene brojeve: $[0, M-1]$
- za označene brojeve: $[-M/2, M/2-1]$ ili bilo koji interval oblika $[-N, P]$, gde važi $M = N + P + 1$

Brojevni sistem sa ostacima zasnovan je na relaciji kongruentnosti:
$a \equiv b\ (mod\ m) \Leftrightarrow m \mid (a-b)$

i Kineskoj teoremi o ostacima.

2 Zapis brojeva

2.1 Zapis pozitivnih brojeva

Dekadni broj X se u sistemu $RBS(m_n|m_{n-1}|\ldots|m_1)$ predstavlja skupom n brojeva $(r_n|r_{n-1}|\ldots|r_1)$ gde je $r_i = X\ mod\ m_i = |X|_{m_i}$, i=1,…, n.

Na osnovu relacije:

$$|A \pm k \cdot m|_m = |A|_m$$

koja važi za proizvoljnu dekadnu vrednost A i moduo m, može se zaključiti sledeće:

ukoliko za dekadni broj X važi relacija $X > M$, umesto broja X se može posmatrati njegov ostatak pri deljenju sa M $(X\ mod\ M)$ s obzirom da imaju istu reprezentaciju.

Zadaci:

1. Zapisati broj 83 u sistemu $RBS(5|3|2)$.

   $r_3 = 83 \text{ mod } 5 = 3$
   $r_2 = 83 \text{ mod } 3 = 2$
   $r_1 = 83 \text{ mod } 2 = 1$
   $83 = (3|2|1)_{RBS(5|3|2)}$
   Broj 83 predstavlja se isto kao broj 23, jer je 83 mod 30 = 23.

2. Zapisati broj 46 u sistemu $RBS(6|5)$.

   Broj 46 predstavlja se isto kao broj 16, jer je 46 mod 30 = 16.
   $46 = 16 = (4|1)_{RBS(6|5)}$

3. Zapisati broj 538 u sistemu $RBS(9|7|4)$.

   Broj 538 predstavlja se isto kao broj 34, jer je 538 mod 252 = 34. Lakše je računati sa 34.
   $538 = 34 = (7|6|2)_{RBS(9|7|4)}$

4. Zapisati broj 157 u sistemu $RBS(7|4|3)$.

   Broj 157 predstavlja se isto kao broj 73, jer je 157 mod 84 = 73.
   $157 = 73 = (3|1|1)_{RBS(7|4|3)}$

2.2 Zapis negativnih brojeva

1. Zapisati broj -83 u sistemu $RBS(5|3|2)$.

   Broj -83 se može predstaviti nalaženjem aditivnog inverza apsolutne vrednosti broja.
   U opštem slučaju, ako je x ostatak i m moduo, za aditivni inverz $\overline{x}$ važi: $x+\overline{x} = 0 \; mod \; m$, tj. $\overline{x} = |m-x|_m$

   $83 = (3|2|1)_{RBS(5|3|2)}$
   $(-83)_{10} = \overline{(83)}_{10} = \overline{(3|2|1)}_{RBS(5|3|2)} = (\overline{3}|\overline{2}|\overline{1})_{RBS(5|3|2)} = ((5-3) \; mod \; 5|(3-2) \; mod \; 3|(2-1) \; mod \; 1)_{RBS(5|3|2)} =$
   $(2|1|1)_{RBS(5|3|2)}$

   Zapis broja -83 može se dobiti i komplementiranjem sa komplementacionom konstantom M=$5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$.
   Najpre se, umesto broja 83, posmatra broj 23, pošto je najmanji pozitivan broj sa istom reprezentacijom kao broj 83.
   $23 = (3|2|1)_{RBS(5|3|2)}$
   Kako je $30 - 23 = 7$, tj. $23 + 7 = 0 \; mod \; 30$, zapis broja 7 u $RBS(5|3|2)$ je ujedno i zapis broja -23.
   Kako je $7 = (2|1|1)_{RBS(5|3|2)}$, sledi:
   $-23 = (2|1|1)_{RBS(5|3|2)} = -83$

   Napomena:
   Može se postaviti pitanje da li reprezentacija $(2|1|1)_{RBS(5|3|2)}$ predstavlja broj 7 ili broj -23. Odgovor zavisi od toga kako se postavi dinamički interval. Interval $[0, M-1]$ može da se podeli na dva jednaka dela u kojima će biti zapisivani brojevi A i njihova negacija $\overline{A}$: $[0, M/2-1]$ - pozitivni, $[M/2, M-1]$ - negativni.

2. Zapisati broj -46 u sistemu $RBS(6|5)$.

   $46 = (4|1)_{RBS(6|5)}$
   $-46 = ((6-4) \; mod \; 6|(5-1) \; mod \; 5)_{RBS(6|5)}$
   $-46 = (2|4)_{RBS(6|5)}$

3. Zapisati broj -538 u sistemu $RBS(9|7|4)$.

   $538 = (7|6|2)_{RBS(9|7|4)}$
   $-538 = ((9-7) \; mod \; 9|(7-6) \; mod \; 7|(4-2) \; mod \; 4)_{RBS(9|7|4)}$
   $-538 = (2|1|2)_{RBS(9|7|4)}$

4. Zapisati broj -157 u sistemu $RBS(7|4|3)$.

   $157 = (3|1|1)_{RBS(7|4|3)}$
   $-157 = ((7-3) \; mod \; 7|(4-1) \; mod \; 4|(3-1) \; mod \; 3)_{RBS(7|4|3)}$
   $-157 = (4|3|2)_{RBS(7|4|3)}$

3 Aritmetičke operacije

3.1 Sabiranje

1. $(3|2|2)_{RBS(7|5|3)} + (4|1|1)_{RBS(7|5|3)} = ((3+4) \; mod \; 7|(2+1) \; mod \; 5|(2+1) \; mod \; 3)_{RBS(7|5|3)} =$
   $= (7 \; mod \; 7|3 \; mod \; 5|3 \; mod \; 3)_{RBS(7|5|3)} = (0|3|0)_{RBS(7|5|3)}$

2. $(9|5|2|0)_{RBS(11|7|5|2)} + (4|6|3|1)_{RBS(11|7|5|2)} = ((9+4) \; mod \; 11|(5+6) \; mod \; 7|(2+3) \; mod \; 5|(0+1) \; mod \; 2)_{RBS(11|7|5|2)} =$
   $(13 \; mod \; 11|11 \; mod \; 7|5 \; mod \; 5|1 \; mod \; 2)_{RBS(11|7|5|2)} = (2|4|0|1)_{RBS(11|7|5|2)}$

3.2 Oduzimanje

Oduzimanje se može izvesti direktno ili kao sabiranje sa aditivnim inverzom umanjioca.

1. $(3|2|2)_{RBS(7|5|3)} - (4|1|1)_{RBS(7|5|3)}$

   Razlika preko direktne operacije oduzimanja:
   $(3|2|2)_{RBS(7|5|3)} - (4|1|1)_{RBS(7|5|3)} = ((3-4) \; mod \; 7|(2-1) \; mod \; 5|(2-1) \; mod \; 3)_{RBS(7|5|3)} =$
   $= (\overline{1}|1|1)_{RBS(7|5|3)} = (6|1|1)_{RBS(7|5|3)}$

   Razlika preko sabiranja sa aditivnim inverzom:
   $-(4|1|1)_{RBS(7|5|3)} = \overline{(4|1|1)}_{RBS(7|5|3)} = (3|4|2)_{RBS(7|5|3)}$

   $(3|2|2)_{RBS(7|5|3)} + (3|4|2)_{RBS(7|5|3)} = ((3+3) \; mod \; 7|(2+4) \; mod \; 5|(2+2) \; mod \; 3)_{RBS(7|5|3)} = (6|1|1)_{RBS(7|5|3)}$

2. $(9|5|2|0)_{RBS(11|7|5|2)} - (4|6|3|1)_{RBS(11|7|5|2)} = ((9-4)\ mod\ 11|(5-6)\ mod\ 7|(2-3)\ mod\ 5|(0-1)\ mod\ 2)_{RBS(11|7|5|2)} = (5|\overline{1}|\overline{1}|\overline{1})_{RBS(11|7|5|2)} = (5|6|4|1)_{RBS(11|7|5|2)}$

3.3 Množenje

1. $(3|2|2)_{RBS(7|5|3)} \cdot (4|1|1)_{RBS(7|5|3)} = ((3 \cdot 4)\ mod\ 7|(2 \cdot 1)\ mod\ 5|(2 \cdot 1)\ mod\ 3)_{RBS(7|5|3)} =$
$= (5|2|2)_{RBS(7|5|3)}$

2. $(9|5|2|0)_{RBS(11|7|5|2)} \cdot (4|6|3|1)_{RBS(11|7|5|2)} = ((9 \cdot 4)\ mod\ 11|(5 \cdot 6)\ mod\ 7|(2 \cdot 3)\ mod\ 5|0)_{RBS(11|7|5|2)} = (3|2|1|0)_{RBS(11|7|5|2)}$

3.4 Deljenje (samo ideja)

Prilikom deljenja, dobijeni rezultat predstavlja količnik samo ako je u pitanju ceo broj, što nije uvek slučaj. S obzirom da nije opisan precizan algoritam za deljenje, posmatra se samo ideja.

1. Izračunati $3 : 4\ (mod\ 5)$
$3 : 4 \equiv x\ (mod\ 5)$
$3 \equiv 4x\ (mod\ 5)$
za $x = 0$: $3 \equiv 0\ (mod\ 5)\ \perp$
za $x = 1$: $3 \equiv 4\ (mod\ 5)\ \perp$
za $x = 2$: $3 \equiv 8\ (mod\ 5)\ \top$
$\Rightarrow\ 3 : 4 \equiv 2\ (mod\ 5)$
(u odnosu na relaciju kongruentnosti ovo jeste tačno, ali ne može se uzeti za traženi količnik)

Prilikom određivanja količnika može se koristiti i *multiplikativni inverz*:

Ako su A i m uzajamno prosti ne-nula brojevi, A^{-1} je multiplikativni inverz broja A u odnosu na moduo m ako važi: $|A \cdot A^{-1}|_m = 1$

Kongruencija: $3 \equiv 4x\ (mod\ 5)$
može da se reši ako se obe strane pomnože multiplikativnim inverzom broja 4 u odnosu na moduo 5. Kako je $4^{-1} = 4\ mod\ 5$, sledi:
$3 \cdot 4^{-1} \equiv x\ (mod\ 5)$
$3 \cdot 4 \equiv x\ (mod\ 5)$
$2 \equiv x\ (mod\ 5) \Rightarrow\ 3 : 4 \equiv 2\ (mod\ 5)$

2. Izračunati $5 : 2\ (mod\ 7)$
$5 : 2 \equiv x\ (mod\ 7)$
$5 \equiv 2x\ (mod\ 7)$
za $x = 0$: $5 \equiv 0\ (mod\ 7)\ \perp$
za $x = 1$: $5 \equiv 2\ (mod\ 7)\ \perp$
za $x = 2$: $5 \equiv 4\ (mod\ 7)\ \perp$
za $x = 3$: $5 \equiv 6\ (mod\ 7)\ \perp$
za $x = 4$: $5 \equiv 8\ (mod\ 7)\ \perp$
za $x = 5$: $5 \equiv 10\ (mod\ 7)\ \perp$
za $x = 6$: $5 \equiv 12\ (mod\ 7)\ \top$
$\Rightarrow\ 5 : 2 \equiv 6\ (mod\ 7)$

3. Izračunati $9 : 5\ (mod\ 11)$
$9 : 5 \equiv x\ (mod\ 11)$
$9 \equiv 5x\ (mod\ 11)$
za $x = 0$: $9 \equiv 0\ (mod\ 11)\ \perp$
za $x = 1$: $9 \equiv 5\ (mod\ 11)\ \perp$
za $x = 2$: $9 \equiv 10\ (mod\ 11)\ \perp$
za $x = 3$: $9 \equiv 15\ (mod\ 11)\ \perp$
za $x = 4$: $9 \equiv 20\ (mod\ 11)\ \top$
$\Rightarrow\ 9 : 5 \equiv 4\ (mod\ 11)$

4. Izračunati $7 : 5\ (mod\ 9)$
$7 : 5 \equiv x\ (mod\ 9)$
$7 \equiv 5x\ (mod\ 9)$
za $x = 0$: $7 \equiv 0\ (mod\ 9)\ \perp$
za $x = 1$: $7 \equiv 5\ (mod\ 9)\ \perp$

za $x = 2$: $7 \equiv 10\ (mod\ 9)\ \bot$
za $x = 3$: $7 \equiv 15\ (mod\ 9)\ \bot$
za $x = 4$: $7 \equiv 20\ (mod\ 9)\ \bot$
za $x = 5$: $7 \equiv 25\ (mod\ 9)\ \top$
$\Rightarrow\ 7 : 5 \equiv 5\ (mod\ 9)$

5. $(3|2|2)_{RBS(7|5|3)} : (4|1|1)_{RBS(7|5|3)} = ((3:4)\ mod\ 7|(2:1)\ mod\ 5|(2:1)\ mod\ 3)_{RBS(7|5|3)} = (6|2|2)_{RBS(7|5|3)}$, jer je:

   $3 : 4 \equiv x\ (mod\ 7)$
   $3 \equiv 4x\ (mod\ 7) \Rightarrow\ x = 6$

6. $(9|5|2|0)_{RBS(11|7|5|2)} : (4|6|3|1)_{RBS(11|7|5|2)} = ((9:4)\ mod\ 11|(5:6)\ mod\ 7|(2:3)\ mod\ 5|0)_{RBS(11|7|5|2)} = (5|2|4|0)_{RBS(11|7|5|2)}$, jer je:

   $9 : 4 \equiv x\ (mod\ 11)$
   $9 \equiv 4x\ (mod\ 11) \Rightarrow\ x = 5$

   $5 : 6 \equiv y\ (mod\ 7)$
   $5 \equiv 6y\ (mod\ 7) \Rightarrow\ y = 2$

   $2 : 3 \equiv z\ (mod\ 5)$
   $2 \equiv 3z\ (mod\ 5) \Rightarrow\ z = 4$

Jednačine oblika $ax = c\ (mod\ b)$ se strogo matematički svode na jednačine oblika $ax = c + by$ tj. $ax - by = c$ koje su poznate kao linearne Diofantove jednačine. Važi teorema:

Potreban i dovoljan uslov da linearna Diofantova jednačina $ax + by = c$ ima rešenja je $NZD(a, b)|c$.

Ako su brojevi a i b uzajamno prosti ($NZD(a, b) = 1$) linearna Diofantova jednačina uvek ima rešenja.

4 Odredjivanje dekadne vrednosti RBS brojeva

Da bi odredili dekadnu vrednost broja $(r_n|r_{n-1}|\dots|r_1)$ zapisanog u sistemu $RBS(m_n|m_{n-1}|\dots|m_1)$ neophodno je odrediti težinu svake pozicije u zapisu broja. Pozicija i na kojoj se nalazi modul m_i ima težinu t_i čija je vrednost $(0|0|\dots|0|1|0|\dots|0)$. Iz zapisa $(0|0|\dots|0|1|0|\dots|0)$ se može zakljuciti da je

$$t_i\ mod\ m_j = 0,\ \ za\ sve\ j = 1, \dots, n,\ \ j \neq i$$

$$t_i\ mod\ m_i = 1$$

Na osnovu Kineske teoreme o ostacima [1] postoji jedinstven broj po modulu $m_n \cdot m_{n-1} \cdots m_1$ sa ovim svojstvima.

Zadaci:

1. Odrediti težine pozicija u sistemu $RBS(7|5|3)$.

   $t_3 = (1|0|0)_{RBS(7|5|3)}$
   $t_3 = 1\ (mod\ 7)$
   $t_3 = 0\ (mod\ 5)$
   $t_3 = 0\ (mod\ 3)$

   $\Rightarrow$ broj je deljiv sa 3 i 5 pa je deljiv i sa $3 \cdot 5 = 15$, što znači da je oblika 15k

   $15k \equiv 1\ (mod\ 7) \Leftrightarrow k \equiv 1 (mod\ 7)$ (jer je $15 \equiv 1\ (mod\ 7)$) $\Rightarrow k = 1$

[1] Kineska teorema o ostacima: Neka su $m_1, m_2, \dots, m_n$ po parovima uzajamno prosti prirodni brojevi i $a_1, a_2, \dots, a_n$ bilo koji celi brojevi. Tada postoji jedinstven po modulu $m_n \cdot m_{n-1} \cdots m_1$ broj x takav da je $x \equiv a_i\ (mod\ m_i)$.

težina t_3 je $15 \cdot k = 15 \cdot 1 = 15$

$t_2 = (0|1|0)_{RBS(7|5|3)}$
$t_2 = 0\ (mod\ 7)$
$t_2 = 1\ (mod\ 5)$
$t_2 = 0\ (mod\ 3)$

$\Rightarrow$ broj je deljiv sa 7 i 3, pa je deljiv i sa $7 \cdot 3 = 21$, što znači da je oblika 21k

$21k \equiv 1\ (mod\ 5) \Leftrightarrow k \equiv 1\ (mod\ 5)$ (jer je $21 \equiv 1\ (mod\ 5)$) $\Rightarrow k = 1$

težina t_2 je $21 \cdot k = 21 \cdot 1 = 21$

$t_1 = (0|0|1)_{RBS(7|5|3)}$
$t_1 = 0\ (mod\ 7)$
$t_1 = 0\ (mod\ 5)$
$t_1 = 1\ (mod\ 3)$

$\Rightarrow$ broj je deljiv sa 7 i 5, pa je deljiv i sa $7 \cdot 5 = 35$, što znači da je oblika 35k

$35k \equiv 1\ (mod\ 3) \Leftrightarrow 2k \equiv 1\ (mod\ 3)$ (jer je $35 \equiv 2\ (mod\ 3)$) $\Rightarrow k = 2$

težina t_1 je $35 \cdot k = 35 \cdot 2 = 70$

2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(3|2|2)_{RBS(7|5|3)}$.

   Iz prethodnog primera, težine pozicija sistema su: $t_3 = 15$, $t_2 = 21$, $t_1 = 70$

   $(3|2|2)_{RBS(7|5|3)} = (3 \cdot 15 + 2 \cdot 21 + 2 \cdot 70)\ mod\ 7 \cdot 5 \cdot 3 = 227\ mod\ 105 = 17$

3. Odrediti težine pozicija u sistemu $RBS(11|9|7|4)$.

   $t_4 = (1|0|0|0)_{RBS(11|9|7|4)}$
   $t_4 = 1\ (mod\ 11)$
   $t_4 = 0\ (mod\ 9)$
   $t_4 = 0\ (mod\ 7)$
   $t_4 = 0\ (mod\ 4)$

   $\Rightarrow$ broj je deljiv sa 9, 7 i 4, pa je deljiv i sa $9 \cdot 7 \cdot 4 = 252$, što znači da je oblika 252k

   $252k \equiv 1\ (mod\ 11) \Leftrightarrow 10k \equiv 1\ (mod\ 11)$ (jer je $252 \equiv 10\ (mod\ 11)$) $\Rightarrow k = 10$

   težina t_4 je $252 \cdot k = 252 \cdot 10 = 2520$

   $t_3 = (0|1|0|0)_{RBS(11|9|7|4)}$
   $t_3 = 0\ (mod\ 11)$
   $t_3 = 1\ (mod\ 9)$
   $t_3 = 0\ (mod\ 7)$
   $t_3 = 0\ (mod\ 4)$

   $\Rightarrow$ broj je deljiv sa 11, 7 i 4, pa je deljiv i sa $11 \cdot 7 \cdot 4 = 308$, što znači da je oblika 308k

   $308k \equiv 1\ (mod\ 9) \Leftrightarrow 2k \equiv 1\ (mod\ 9)$ (jer je $308 \equiv 2\ (mod\ 9)$) $\Rightarrow k = 5$

   težina t_3 je $308 \cdot k = 308 \cdot 5 = 1540$

$t_2 = (0|0|1|0)_{RBS(11|9|7|4)}$
$t_2 = 0\ (mod\ 11)$
$t_2 = 0\ (mod\ 9)$
$t_2 = 1\ (mod\ 7)$
$t_2 = 0\ (mod\ 4)$

$\Rightarrow$ broj je deljiv sa 11, 9 i 4, pa je deljiv i sa $11 \cdot 9 \cdot 4 = 396$, što znači da je oblika 396k

$396k \equiv 1\ (mod\ 7) \Leftrightarrow 4k \equiv 1\ (mod\ 7)$ (jer je $396 \equiv 4\ (mod\ 7)$) $\Rightarrow k = 2$

težina t_2 je $396 \cdot k = 396 \cdot 2 = 792$

$t_1 = (0|0|0|1)_{RBS(11|9|7|4)}$
$t_1 = 0\ (mod\ 11)$
$t_1 = 0\ (mod\ 9)$
$t_1 = 0\ (mod\ 7)$
$t_1 = 1\ (mod\ 4)$

$\Rightarrow$ broj je deljiv sa 11, 9 i 7, pa je deljiv i sa $11 \cdot 9 \cdot 7 = 693$, što znači da je oblika 693k

$693k \equiv 1\ (mod\ 4) \Leftrightarrow k \equiv 1\ (mod\ 4)$ (jer je $693 \equiv 1\ (mod\ 4)$) $\Rightarrow k = 1$

težina t_1 je $693 \cdot k = 693 \cdot 1 = 693$

4. Odrediti dekadnu vrednost broja $(5|1|4|1)_{RBS(11|9|7|4)}$.

   Iz prethodnog primera, težine pozicija sistema su: $t_4 = 2520$, $t_3 = 1540$, $t_2 = 792$, $t_1 = 693$

   $(5|1|4|1)_{RBS(11|9|7|4)} = (5 \cdot 2520 + 1 \cdot 1540 + 4 \cdot 792 + 1 \cdot 693)\ mod\ 11 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 4 = 18001\ mod\ 2772 = 1369$

5. Izračunati $17 \cdot (-6)$ u brojevnom sistemu sa ostacima 11, 5, 3 i 2.

   $17 = (6|2|2|1)_{RBS(11|5|3|2)}$
   $6 = (6|1|0|0)_{RBS(11|5|3|2)} \Rightarrow -6 = ((11-6)\ mod\ 11|(5-1)\ mod\ 5|0|0)_{RBS(11|5|3|2)} = (5|4|0|0)_{RBS(11|5|3|2)}$

   $17 \cdot (-6) = (6|2|2|1)_{RBS(11|5|3|2)} \cdot (5|4|0|0)_{RBS(11|5|3|2)} =$
   $((6 \cdot 5)\ mod\ 11|(2 \cdot 4)\ mod\ 5|0|0)_{RBS(11|5|3|2)} = (8|3|0|0)_{RBS(11|5|3|2)}$
   težine pozicija:

t_4	$(1\|0\|0\|0)$	$t_4 = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot k = 30k$, $30k \equiv 1\ (mod\ 11)$, $8k \equiv 1\ (mod\ 11)$, $k = 7$, $t_4 = 210$
t_3	$(0\|1\|0\|0)$	$t_3 = 11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot k = 66k$, $66k \equiv 1\ (mod\ 5)$, $k \equiv 1\ (mod\ 5)$, $k = 1$, $t_3 = 66$
t_2	$(0\|0\|1\|0)$	$t_2 = 11 \cdot 5 \cdot 2 \cdot k = 110k$, $110k \equiv 1\ (mod\ 3)$, $2k \equiv 1\ (mod\ 3)$, $k = 2$, $t_2 = 220$
t_1	$(0\|0\|0\|1)$	$t_1 = 11 \cdot 5 \cdot 3 \cdot k = 165k$, $165k \equiv 1\ (mod\ 2)$, $k \equiv 1\ (mod\ 2)$, $k = 1$, $t_1 = 165$

   dekadna vrednost rezultata:
   $(8|3|0|0)_{RBS(11|5|3|2)} = (8 \cdot 210 + 3 \cdot 66 + 0 \cdot 220 + 0 \cdot 165)\ mod\ 11 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 1878\ mod\ 330 = 228$
   Polazni brojevi su bili različitog znaka, pa rezultat treba da bude negativan.

   Konačno se dobija: $228 - 330 = -102$.