

Uvod u
organizaciju i
arhitekturu
računara 1

Organizacija kursa:

Ispit - 100 poena

Praktični deo: 50 poena
ukupno (40% prag)

Teorijski deo: 50 poena
ukupno (40% prag)

Polaže se kao jedinstvena
celina od 3 sata. Ceo ispit
se polaže na papiru

Da bi se ispit
položio
student mora
da osvoji više
od 51 poena.

Brojni sistemi

Brojni sistemi mogu biti nepozicioni i pozicioni. Kod nepozicionih brojnih sistema znak koji označava cifru ima istu vrednost bez obzira na poziciju u zapisu broja, dok kod pozicionih sistema ima različite vrednosti.

Primer nepozicionog brojnog sistema je rimski, a pozicionog dekadni brojni sistem. Uzmimo, kao primer, rimski broj MMMXXXIII, gde svaka cifra ima istu vrednost bez obzira na poziciju (M je uvek 1000, X je uvek 10, I je uvek 1). U dekadnom broju 3033, međutim, cifra 3 ima vrednost 3, ali i 30 i 3000, zavisno od pozicije u zapisu broja.

Primeri brojnih sistema

Dekadni sistem: $N=10$

Cifre: 0, 1, ..., 9

Binarni sistem: $N=2$

Cifre: 0, 1

Troični sistem: $N=3$

Cifre: 0, 1, 2

Heksadekadni sistem:

$N=16$

Cifre: 0, 1, ..9, A, B, C, D, E,
F

Primeri brojnih sistema

Oktalni sistem: $N=8$

Cifre: 0, 1, ..., 7

Balansirani troični sistem:

$N=3$

Cifre: -1, 0, 1

Brojni sistemi sa negativnom osnovom

Brojni sistemi sa razlomljenom osnovom

Brojni sistemi sa promenljivom osnovom

Zadaci

1. Prevesti brojeve u dekadni sistem

a) $(10110)_2$

b) $(3127)_8$

c) $(3129)_{16}$

d) $(1A3)_{16}$

e) $(0.101)_2$

f) $(275.15)_{-10}$

g) $(212001)_3$

h) $(2512)_8$ Hornerovom šemom

i) $(3129)_{16}$ Hornerovom šemom

Zadaci

2. Prevesti brojeve iz dekadnog sistema u navedeni sistem:

- a) $(3129)_{10} \rightarrow (\dots)_4$
- b) $(3129)_{10} \rightarrow (\dots)_{16}$
- c) $(23)_{10} \rightarrow (\dots)_2$
- d) $(3620)_{10} \rightarrow (\dots)_7$
- e) $(76)_{10} \rightarrow (\dots)_3$
- f) $(0.4)_{10} \rightarrow (\dots)_2$
- g) $(77.44)_{10} \rightarrow (\dots)_5$

Zadaci

3. Prevesti brojeve iz sistema N u navedeni sistem:

a) $(481)_9 \rightarrow (\dots)_7$

b) $(3012)_4 \rightarrow (\dots)_{16}$

c) $(31230)_4 \rightarrow (\dots)_5$

d) $(132.4)_5 \rightarrow (\dots)_4$

e) $(4021.23)_5 \rightarrow (\dots)_4$

Zadaci

4. Prevesti brojeve iz sistema N u navedeni sistem:

- a) $(AB6)_{16} \rightarrow (\dots)_9$
- b) $(0.AB6)_{16} \rightarrow (\dots)_8$
- c) $(32)_4 \rightarrow (\dots)_8$
- d) $(0.32)_4 \rightarrow (\dots)_8$
- e) $(32232)_4 \rightarrow (\dots)_{16}$
- f) $(275.364)_8 \rightarrow (\dots)_2$
- g) $(D2.EA5)_{16} \rightarrow (\dots)_4$

Zapis označenih brojeva

Označeni brojevi su brojevi čiji zapis uključuje i cifru znaka. Cifra na mestu najveće težine (krajnje leva cifra) označava znak broja.

Postoji više načina za zapis označenih brojeva, a svima je zajedničko da se znak broja predstavlja najmanjom cifrom sistema (nulom) ukoliko je broj pozitivan, odnosno, najvećom cifrom ukoliko je negativan (za binarni sistem 1, za dekadni 9, za heksadekadni F itd).

Zapisi se međusobno razlikuju po načinu predstavljanja apsolutne vrednosti broja.

Zapis znak i apsolutna vrednost

Neka je $x = \pm x_{n-2}x_{n-3}\dots x_1x_0$ ceo broj predstavljen u sistemu sa osnovom N sa $n - 1$ cifara. Traženi zapis (sa n cifara) se dobija kada se na znak broja dopiše njegova apsolutna vrednost. Važi sledeće:

$$x > 0 \quad 0x_{n-2}x_{n-3}\dots x_1x_0$$

$$x < 0 \quad (N-1)x_{n-2}x_{n-3}\dots x_1x_0$$

$$x = 0 \quad 000\dots 00 \text{ za } +0$$

$$(N-1)00\dots 00 \text{ za } -0$$

Zapis pomoću komplementa broja

Pozitivni brojevi se zapisuju isto kao i u zapisu znak i apsolutna vrednost, dok se negativni brojevi zapisuju tako što se od komplementacione konstante K oduzme apsolutna vrednost broja X čiji se zapis traži ($K - |X|$). Dakle, komplementaciona konstanta se odnosi samo na negativne brojeve. U nastavku su predstavljena dva načina zapisa pomoću komplementa broja: nepotpuni i potpuni komplement.

Zapis nepotpuni komplement (N-1-vi komplement)

Neka je $x = \pm x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ ceo broj predstavljen u sistemu sa osnovom N sa $n - 1$ cifara. Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine. Pozitivni brojevi se zapisuju isto kao i u zapisu znak i apsolutna vrednost, dok se za negativne brojeve cifre apsolutne vrednosti zamene svojim komplementom do najveće cifre sistema. Važi sledeće:

$$x > 0 \quad 0x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$$

$$x < 0 \quad (N-1)x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1\overline{x_0}$$

$$x = 0 \quad 000 \dots 00 \text{ za } +0$$

$$(N-1)(N-1) \dots (N-1)(N-1) \text{ za } -0$$

Zapis potpuni komplement (N-ti komplement)

Neka je $x = \pm x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$ ceo broj predstavljen u sistemu sa osnovom N sa $n - 1$ cifara. Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine. Pozitivni brojevi se zapisuju isto kao i u zapisu znak i apsolutna vrednost, dok se za negativne brojeve cifre apsolutne vrednosti zamene svojim komplementom do najveće cifre sistema i doda se 1 na **cifru najmanje težine**. Važi sledeće:

$$x > 0 \quad 0x_{n-2}x_{n-3} \dots x_1x_0$$

$$x < 0 \quad (N-1)x_{n-2}\overline{x_{n-3}} \dots x_1\overline{x_0} + 1$$

$$x = 0 \quad 000 \dots 00$$

VAŽNO: Kod mešovityh brojeva 1 se dodaje na krajnju desnu cifru, NE na ceo deo broja.

Zapis sa uvećanjem k (kod višak k)

Broj x se u kodu višak k zapisuje tako što se vrednost $x + k$ zapiše u potpunom komplementu. Ista vrednost se dobija i kada se brojevi x i k pojedinačno zapišu u potpunom komplementu pa se zatim tako dobijene vrednosti saberu.

Konstanta k se po pravilu zadaje u dekadnom brojevnom sistemu, pa ju je neophodno prevesti u sistem sa osnovom N .

VAŽNO: Kod mešovityh brojeva, uvećanje se dodaje na ceo deo broja, NE na razlomljeni deo broja.

Zadaci

5. Predstaviti sledeće brojeve u zapisima znak i apsolutna vrednost, nepotpuni komplement, potpuni komplement i višak 27

- a) $(-4375)_8$ pomoću 6 cifara
- b) $(100100.101)_2$
- c) $(-6A.1)_{16}$ pomoću 5 cifara

Zadaci

6. Predstaviti sledeće brojeve u zapisima znak i apsolutna vrednost, nepotpuni komplement, potpuni komplement i višak 19

a) $(-9B00)_{16}$

b) $(304.12)_5$

c) $(-46.2)_8$ pomoću 5 cifara

Zapis znak i apsolutna vrednost

Pravila sabiranja:

Potrebno je odrediti znak zbira i apsolutnu vrednost zbira. Ako su zadati brojevi istog znaka, tog znaka je i rezultat. Apsolutna vrednost zbira je zbir apsolutnih vrednosti sabiraka.

Ako su zadati brojevi različitog znaka, znak rezultata odgovara sabirku sa većom apsolutnom vrednošću.

Apsolutna vrednost zbira se dobija kada se od veće apsolutne vrednosti oduzme manja apsolutna vrednost.

Pravila oduzimanja:

Kako je $A - B = A + (-B)$ prvo se vrši promena znaka broja B a zatim se postupa u skladu sa pravilima za sabiranje brojeva zapisanih u znaku i apsolutnoj vrednosti.

Prilikom izvođenja operacija treba voditi računa o prekoračenju. Prekoračenje se može javiti samo kada se sabiraju brojevi istog znaka i to ako je za zapis apsolutne vrednosti zbira potreban veći broj cifara nego za zapis apsolutnih vrednosti sabiraka.

Zadaci

7. Izračunajte u zapisu znak i apsolutna vrednost:

a) $(43102)_5 + (00134)_5$

b) $(1001101)_2 + (1010011)_2$ u dužini 7

c) $(730521)_8 + (045277)_8$

d) $(0A37C)_{16} - (0421B)_{16}$

e) $(01836)_{10} - (93527)_{10}$

f) $(03521)_6 + (04130)_6$

Zapis nepotpuni komplement

Pravila sabiranja:

I korak: sabiraju se sve cifre iz zapisa broja uključujući i cifru za znak (kao kod neoznačenih brojeva)

$$\begin{array}{r} a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0 \\ + b_{n-1} b_{n-2} \dots b_1 b_0 \\ c_{n-1}' c_{n-2}' \dots c_1' c_0' \end{array}$$

II korak: eventualni prenos c_n' sa pozicije najveće težine se dodaje na poziciju najmanje težine rezultata

$$\begin{array}{r} c_{n-1}' c_{n-2}' \dots c_1' c_0' \\ + c_n' \\ c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0 \end{array}$$

Konačan rezultat je $c_{n-1} c_{n-2} \dots c_1 c_0$.

Napomena. Dodavanje prenosa c_n' na cifru najmanje težine rezultata upravo odgovara računanju ostatka po modulu koji je jednak komplementacionoj konstanti K za nepotpuni komplement.

Pravila oduzimanja:

Oduzimanje se vrši svodenjem na sabiranje umanjenika sa umanjiocem kome je promenjen znak: $X - Y = X + (K - Y)$
Umesto izračunavanja vrednosti $K - X$, promena znaka se izvodi komplementiranjem svih cifara zapisa broja (uključujući i cifru znaka) do najveće cifre sistema (tj. po istom postupku kojim se i određuje zapis negativnog broja u nepotpunom komplementu).

Do prekoračenja može doći ukoliko se sabiraju brojevi istog znaka. Prekoračenje se može prepoznati promenom cifre za znak rezultata i to ako se kao rezultat dobije:

- broj suprotnog znaka od znaka sabiraka
- broj koji nije ni pozitivan ni negativan (cifra znaka je različita od nule i najveće cifre sistema, pa samim tim nema značenje; takav zapis broja nije korektan u datoj dužini)

Zadaci

8. Izračunajte u zapisu nepotpunog komplementa

a) $(32102)_4^5 + (02201)_4^5$

b) $(11001101)_2 - (01101010)_2$ u dužini 8

c) $(520311)_6^6 - (501012)_6^6$

d) $(FC201)_{16}^5 + (F3F4A)_5^5$

e) $(0535)_7^4 - (0446)_7^4$

Zapis potpuni komplement

Pravila sabiranja:

I korak: sabiraju se sve cifre iz zapisa broja uključujući i cifru za znak (kao kod neoznačenih brojeva)

$$\begin{array}{r} a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0 \\ + b_{n-1} b_{n-2} \dots b_0 \\ c_{n-1} c_{n-2} \dots c_0 \end{array}$$

II korak: eventualni prenos c_n sa pozicije najveće težine se ignoriše

Konačan rezultat je $c_{n-1} c_{n-2} \dots c_0$.

Napomena. Ignorisanje prenosa c_n upravo odgovara računaju ostatka po modulu koji je jednak komplementacionoj konstanti K za potpuni komplement.

Pravila oduzimanja:

Oduzimanje se vrši svodenjem na sabiranje umanjenika sa umanjioćem kome je promenjen znak: $X - Y = X + (K - Y)$
Umesto izračunavanja vrednosti $K - X$, promena znaka se izvodi komplementiranjem svih cifara zapisa broja (uključujući i cifru znaka) do najveće cifre sistema (tj. po istom postupku kojim se i određuje zapis negativnog broja u nepotpunom komplementu).

Do prekoračenja može doći ukoliko se sabiraju brojevi istog znaka. Prekoračenje se može prepoznati promenom cifre za znak rezultata i to ako se kao rezultat dobije:

- broj suprotnog znaka od znaka sabiraka
- broj koji nije ni pozitivan ni negativan (cifra znaka je različita od nule i najveće cifre sistema, pa samim tim nema značenje; takav zapis broja nije korektan u datoj dužini)

Zadaci

9. Izračunajte u zapisu potpunog komplementa

a) $(520311)_6 + (054543)_6$

b) $(011011)_2 - (11010)_2$ u dužini 5

c) $(04321)_5 - (02013)_6$

d) $(F1BC9)_{16} + (FE325)_5$

Zapis u kodu višak k

Za brojeve zapisane u kodu višak k zbir i razlika se računaju prema pravilima koja važe za brojeve zapisane u potpunom komplementu, a potom se dobijena vrednost ažurira oduzimanjem tj. dodavanjem konstante k:

ako je reč o zbiru konstanta k je uračunata dva puta pa je potrebno oduzeti je jednom

$$((x+k)+(y+k) = x+y+2 \cdot k),$$

a ako je reč o razlici konstanta k se anulira pa je potrebno dodati je jednom

$$((x + k) - (y + k) = x - y).$$

Zadaci

10. Izračunajte u zapisu znak i apsolutna vrednost

a) $(0351)_6^4 + (5211)_6^4$

b) $(42032)_5^5 + (01130)_5^5$

Množenje neoznačenih brojeva

Za realizaciju algoritma za množenje neoznačenih celih brojeva potrebna su nam tri registra A, P i M zadate dužine i jedan jednobitni registar C. Dužina registara A, P i M odgovara zadatom broju bitova za zapis neoznačenih brojeva koji se množe.

Početno stanje (inicijalizacija):

1. Množenik upisujemo u registar M, a množilac u registar P. Sa P_0 ćemo obeležiti najniži bit registra P.
2. Registre A i C inicijalizujemo na 0.

Množenje neoznačenih brojeva

Koraci algoritma:

1. Ako je $P_0 = 1$ na sadržaj registra A dodajemo sadržaj registra M i eventualni prenos prilikom sabiranja upisujemo u registar C. Ako je $P_0 = 0$ ništa ne preduzimamo.
2. Sadržaj registara CAP kao jedna reč logički pomeramo za jednu poziciju udesno (na upražnjeno mesto sleva upisuje se 0).
3. Prethodna dva koraka ponavljamo onoliko puta koliko ima bitova u množiocu.

REZULTAT SE ČITA IZ REGISTARA AP

Zadaci

11. Izračunajte proizvode

a) $70 \cdot 51$

b) $207 \cdot 43$

c) $28 \cdot 19$

(koristiti zapis sa osam bitova)

Množenje označenih brojeva u pk

Za realizaciju Butovog algoritma za množenje brojeva u potpunom komplementu potrebna su nam tri registra A, P i M zadate dužine i jedan jednobitni registar P_{-1} . Dužina registara A, P i M odgovara zadatom broju bitova za zapis neoznačenih brojeva koji se množe.

Početno stanje (inicijalizacija):

1. Množenik upisujemo u registar M, a množilac u registar P kao brojeve u potpunom komplementu. Sa P_0 ćemo obeležiti najniži bit registra P.
2. Registre A i P_{-1} inicijalizujemo na 0.

Množenje označenih brojeva u pk

Koraci algoritma:

1. Posmatramo kombinaciju bitova $P_0 P_{-1}$.
 - a. Ako je $P_0 P_{-1} = 00$ ili $P_0 P_{-1} = 11$ ništa ne preduzimamo.
 - b. Ako je $P_0 P_{-1} = 01$ računamo zbir $A+M$ i smeštamo ga u registar A
 - c. Ako je $P_0 P_{-1} = 10$ računamo razliku $A-M$ i smeštamo je u registar A
2. Sadžaj registara APP_{-1} aritmetički pomeramo u desno za jednu poziciju.
3. Prethodna dva koraka ponavljamo onoliko puta koliko ima bitova u množiocu.

REZULTAT SE ČITA IZ REGISTARA AP I
TO JE BROJ U PK

Zadaci

12. Izračunajte proizvode

a) $-91 * 22$

b) $103 * (-13)$

c) $-46 * 12$

(koristiti zapis sa osam bitova)

Deljenje neoznačenih brojeva

Za realizaciju algoritma za deljenje neoznačenih celih brojeva potrebna su nam tri registra A, P i M. Dužina registara A, P i M odgovara zadatom broju bitova za zapis neoznačenih brojeva koji se dele.

Početno stanje (inicijalizacija):

1. Delilac upisujemo u registar M, a deljenik u registar P. Sa P_0 ćemo obeležiti najniži bit registra P.
2. Registre A inicijalizujemo na 0.

Deljenje neoznačenih brojeva

Koraci algoritma:

1. Sadržaj registra AP kao jednu reč pomeramo za jednu poziciju ulevo (na upražnjeno mesto zdesna upisuje se 0)
2. Računamo razliku $A - M$ i rezultat upisujemo u registar A:
 - a. Ako je $A \geq 0$, oduzimanje je uspešno i u P_0 upisujemo 1.
 - b. Ako je $A < 0$, oduzimanje je neuspešno pa ga poništavamo, odnosno vršimo restauraciju sadržaja registra A
3. Prethodna dva koraka ponavljamo onoliko puta koliko ima bitova u deljeniku.

Zadaci

11. Izračunajte proizvode

a) $131:12$

b) $123:4$

c) $99:33$

(koristiti zapis sa osam bitova)

Deljenje označenih brojeva

Za realizaciju algoritma za deljenje označenih celih brojeva potrebna su nam tri registra A, P i M. Dužina registara A, P i M odgovara zadatom broju bitova za zapis označenih brojeva koji se dele.

Početno stanje (inicijalizacija):

1. Delilac upisujemo u registar M, a deljenik u registar P. Sa P_0 ćemo obeležiti najniži bit registra P.
2. Registar A je produženje registra P i inicijalizuje se cifrom znaka

Deljenje označenih brojeva

Koraci algoritma:

1. Sadržaj registra AP kao jednu reč pomeramo za jednu poziciju ulevo (na upražnjeno mesto zdesna upisuje se 0)
2. Upoređujemo znakove registrar A i M:
 - a. Ako su registri istog znaka računa se razlika A-M
 - b. Ako su registri različitog znaka računa se zbir A+M
 - c. Rezultat izračunavanja se smešta u A ukoliko je ispunjeno da A nije promenilo znak ili ako je rezultat 0 u poslednjem koraku algoritma
3. Prethodna dva koraka ponavljamo onoliko puta koliko ima bitova u deljeniku.

Zadaci

11. Izračunajte proizvode

a) $103 : (-7)$

b) $(-102) : (-21)$

c) $(-123) : (-4)$

(koristiti zapis sa osam bitova)

Binarno kodirani dekadni brojevi

Za kodiranje dekadnih brojeva binarnim brojevima potrebne su 4 cifre.

Zapis 8421

0 - 0000
1 - 0001
2 - 0010
3 - 0011
4 - 0100
5 - 0101
6 - 0110
7 - 0111
8 - 1000
9 - 1001

Zapis višak 3

0 - 0011
1 - 0100
2 - 0101
3 - 0110
4 - 0111
5 - 1000
6 - 1001
7 - 1010
8 - 1011
9 - 1100

Zadaci

12. Izračunati (8421)

a) $6841 + 2893$

b) $-23942 - 5189$

c) $7418 + 3709$ pri čemu dužina zapisa treba da bude 5

d) $1275 - 452$

e) $-2832 + 9627$

Zadaci

13. Izračunati (višak 3)

a) $-2956-5678$

b) $4051+294$

c) $5321-5395$

d) $6841-2093$ pri čemu dužina zapisa treba da bude 5