

1 Sabiranje i oduzimanje brojeva zapisanih u *binary32* formatu

1.1 Zadaci

1. Izračunati zbir: $1\ 10000110\ 1011110101\ \underbrace{00\dots 00}_{13} + 1\ 10000101\ 101111001\ \underbrace{00\dots 00}_{14}$

prema pravilima za sabiranje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

brojevi su istog znaka pa je to i znak rezultata

bit za znak: 1

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata

eksponent: $(10000110)_2$

frakcija:

1. brojeve svodimo na isti eksponent (manji eksponent se uvećava)

razlika eksponenata je 1 pa se bitovi frakcije drugog sabirka pomeraju udesno za jedno mesto, tj. decimalna tačka se pomera ulevo i frakcija postaje: $1.101111001 \rightarrow 0.1101111001$

2. pošto su brojevi istog znaka, frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:

$$1.1011110101 + 0.1101111001 = 10.1001101110$$

potrebno je izvršiti normalizaciju:

$(10.1001101110)_2 = (1.01001101110)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.01001101110)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1: $(10000110)_2 + 1 = (10000111)_2$

konačan zapis: $1\ 10000111\ 01001101110\ \underbrace{00\dots 00}_{12}$

dekadna vrednost: $-(1.01001101110)_2 \cdot 2^8 = -(101001101.11)_2 = -333.75$

2. Izračunati razliku: $0\ 10000010\ 10011\ \underbrace{00\dots 00}_{18} - 1\ 10000001\ 1011\ \underbrace{00\dots 00}_{19}$

prema pravilima za oduzimanje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

brojevi su različitog znaka pa se oduzimanje svodi na sabiranje umanjenika sa umanjioecom kome je promenjen znak, tj. na sabiranje dva pozitivna broja

bit za znak: 0

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata

eksponent: $(10000010)_2$

frakcija:

1. brojeve svodimo na isti eksponent (manji eksponent se uvećava)

eksponent umanjioeca je za jedan manji od eksponenta umanjenika, pa se njegova frakcija pomera udesno za jedno mesto i dobija se: $(0.11011)_2$

2. frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:

$$1.10011 + 0.11011 = 10.0111$$

potrebno je izvršiti normalizaciju:

$(10.0111)_2 = (1.00111)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.00111)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1: $(10000010)_2 + 1 = (10000011)_2$

konačan zapis: $0\ 10000011\ 00111\ \underbrace{00\dots 00}_{18}$

dekadna vrednost: $+(1.00111)_2 \cdot 2^4 = (10011.1)_2 = 19.5$

3. Zapisati brojeve 36.3125 i -214.25 u *binary32* formatu, a zatim izračunati njihov zbir prema pravilima za sabiranje brojeva i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

$$36.3125 = 32 + 4 + 0.25 + 0.0625 = (100100.0101)_2 = (1.001000101)_2 \cdot 2^5$$

zapis broja:

bit za znak: 0

eksponent: $5 + 127 = 132 = (10000100)_2$

frakcija: $001000101\ \underbrace{00\dots 00}_{14}$

konačan zapis: $0\ 10000100\ 001000101\ \underbrace{00\dots 00}_{14}$

$$-214.25 = -(11010110.01)_2 = -(1.101011001)_2 \cdot 2^7$$

zapis broja:

bit za znak: 1

eksponent: $7 + 127 = 134 = (10000110)_2$

frakcija: $101011001 \underbrace{00 \dots 00}_{14}$

konačan zapis: $1 \ 10000110 \ 101011001 \underbrace{00 \dots 00}_{14}$

zbir:

brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većim eksponentom

bit znaka: 1

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata

eksponent: $(10000110)_2$

frakcija:

1. brojeve svodimo na isti eksponent (manji eksponent se uvećava)

razlika eksponenata je $(10000110)_2 - (10000100)_2 = 2$ pa se bitovi frakcije prvog sabirka pomeraju udesno za dva mesta (decimalna tačka se pomera ulevo) i frakcija postaje: $(0.01001000101)_2$

2. pošto su brojevi različitog znaka, frakcija rezultata je razlika veće i manje frakcije:

$$1.101011001 - 0.01001000101 = 1.01100011111$$

Kako je frakcija rezultata normalizovana, konačan zapis je:

$1 \ 10000110 \ 01100011111 \underbrace{00 \dots 00}_{12}$

dekadna vrednost:

$$-(1.01100011111)_2 \cdot 2^7 = -(10110001.1111)_2 = -177.9375$$

4. Sabrati brojeve: $1 \ 10000011 \ 1011011 \underbrace{00 \dots 00}_{16}$ i $0 \ 10000100 \ 1101011 \underbrace{00 \dots 00}_{16}$

prema pravilima za sabiranje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većim eksponentom

bit za znak je 0

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata

eksponent je $(10000100)_2$

frakcija:

1. brojeve svodimo na iste eksponente

frakcija prvog broja se pomera udesno za jedno mesto pa se dobija: $(0.11011011)_2$

2. pošto su brojevi različitog znaka, frakcija rezultata je razlika veće i manje frakcije:

$$1.1101011 - 0.11011011 = 0.11111011$$

potrebno je izvršiti normalizaciju:

$(0.11111011)_2 = (1.1111011)_2 \cdot 2^{-1}$ pa frakcija postaje $(1.1111011)_2$, a vrednost eksponenta umanjujemo za 1: $(10000100)_2 - 1 = (10000011)_2$

konačan zapis: $0 \ 10000011 \ 1111011 \underbrace{00 \dots 00}_{16}$

dekadna vrednost:

$$+(1.1111011)_2 \cdot 2^4 = (11111.011)_2 = 31.375$$

1.2 Napomene

1. ako pri svodenju na isti eksponent pomeranjem udesno značajni deo jednog sabirka postane nula, tada vrednost drugog sabirka predstavlja vrednost rezultata
2. ukoliko je rezultat sabiranja (oduzimanja) frakcija nula, ukupan zbir (razlika) je nula
3. normalizacija:
 - ako se eksponent uvećava za 1, može da dođe do prekoračenja vrednosti eksponenta, u kom slučaju je konačan rezultat $+\infty$ ili $-\infty$ u zavisnosti od znaka
 - ako se eksponent smanjuje za 1, može da dođe do potkoračenja vrednosti eksponenta, u kom slučaju je konačan rezultat $+0$ ili -0 u zavisnosti od znaka

Zadatak:

Izračunati zbir: $0\ 11111110\ 101\underbrace{0\dots0}_{20} + 0\ 11111100\ 110101\underbrace{0\dots0}_{17}$

prema pravilima za sabiranje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

brojevi su istog znaka pa je bit za znak rezultata: 0

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata: $(11111110)_2$
(primetiti da je ovo najveća dozvoljena vrednost eksponenta za format *binary32*)

frakcija:

1. brojeve svodimo na iste eksponente

frakcija drugog sabirka se pomera udesno za dva mesta pa se dobija: $(0.01110101)_2$

2. frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:

$$1.10100000 + 0.01110101 = 10.00010101$$

potrebno je izvršiti normalizaciju:

$(10.00010101)_2 = (1.000010101)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.000010101)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1: $(11111110)_2 + 1$, što dovodi do prekoračenja vrednosti eksponenta

konačan rezultat je $+\infty$: $0\ 11111111\ 000000000000000000000000$

1.3 Specijalne vrednosti

Neka je x konačan broj (normalan ili subnormalan).

$0 + \infty = \infty$	$0 - \infty = -\infty$
$x + \infty = \infty$	$x - \infty = -\infty$
$\infty + x = \infty$	$\infty - x = \infty$
$\infty + \infty = \infty$	$-\infty - \infty = -\infty$
$\infty - \infty = qNaN$	$-\infty + \infty = qNaN$
$x + qNaN = qNaN$	$x + sNaN = qNaN$
$\infty + qNaN = qNaN$	$\infty + sNaN = qNaN$

1. Izračunati $0\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23} + 1\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Prvi sabirak je $+\infty$, drugi sabirak je $-\infty$, konačan rezultat je qNaN ($0\ 11111111\ 101\underbrace{0\dots0}_{20}$).

2. Izračunati $0\ 11001101\ \underbrace{00100\dots00}_{20} + 1\ 11111111\ \underbrace{1100\dots00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Prvi sabirak je konačan pozitivan broj, drugi sabirak je qNaN, konačan rezultat je qNaN ($1\ 11111111\ 110\underbrace{\dots0}_{21}$).

3. Izračunati $0\ 11111111\ \underbrace{10100\dots00}_{20} + 0\ 11111111\ \underbrace{00110100\dots00}_{17}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Prvi sabirak je qNaN, drugi sabirak je sNaN, konačan rezultat je qNaN ($0\ 11111111\ 101\underbrace{0\dots0}_{20}$).

4. Izračunati $0\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23} + 1\ 11000111\ 1001\ \underbrace{00\dots00}_{19}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Prvi sabirak je $+\infty$, drugi sabirak je konačan negativan broj, konačan rezultat je $+\infty$ ($0\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23}$).

5. Izračunati razliku: $0\ 00000000\ 101\ \underbrace{0\dots0}_{20} - 1\ 00001000\ 0000011\ \underbrace{0\dots0}_{16}$

prema pravilima za oduzimanje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Umanjenik je subnormalan, a umanjilac normalan broj. Pošto su različitog znaka, oduzimanje se svodi na sabiranje dva pozitivna broja, pa je bit za znak rezultata 0

eksponent rezultata odgovara eksponentu umanjioaca (normalnog broja): 00001000

frakcija:

1. brojeve svodimo na iste eksponente

kako je eksponent normalnog broja uvećan za 127, a subnormalnog za 126, razlika eksponenata je $(00001000)_2 - 1 = 7$

frakcija subnormalnog broja (umanjenika) se pomera za 7 mesta udesno pa se dobija: $0.101 \rightarrow 0.0000000101$

2. frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:

$$1.0000011000 + 0.0000000101 = 1.0000011101$$

frakcija je normalizovana pa je konačan zapis:

$$0\ 00001000\ 0000011101\ \underbrace{0\dots0}_{13}$$

dekadna vrednost:

$$\text{eksponent: } (00001000)_2 - 127 = -119$$

$$(1.0000011101)_2 \cdot 2^{-119} = (10000011.101)_2 \cdot 2^{-126} = 131.625 \cdot 2^{-126}$$

6. Izračunati razliku: $1\ 00011011\ 101\ \underbrace{0\dots0}_{20} - 1\ 00000000\ 11\ \underbrace{0\dots0}_{21}$

prema pravilima za oduzimanje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Umanjenik je normalan, a umanjilac subnormalan broj. Pošto su istog znaka, oduzimanje se svodi na sabiranje brojeva različitog znaka pri čemu negativan broj (umanjenik) ima veći eksponent bit za znak rezultata je 1

eksponent rezultata odgovara eksponentu umanjienika (normalnog broja): 00011011

frakcija:

1. brojeve svodimo na iste eksponente

kako je eksponent normalnog broja uvećan za 127, a subnormalnog za 126, razlika eksponenata je $(00011011)_2 - 1 = 26$

kako je $26 > 22$, pomeranjem cifara frakcije subnormalnog broja udesno za 26 mesta frakcija subnormalnog broja će postati 0 (sve cifre će biti odbačene), pa će subnormalan broj imati vrednost $+0$.

2. frakcija rezultata je zato jednaka frakciji umanjienika (normalnog broja): 1.101

$$\text{pa je ceo rezultat jednak umanjieniku: } 1\ 00011011\ 101\ \underbrace{0\dots0}_{20}$$

dekadna vrednost:

$$\text{eksponent: } (00011011)_2 - 127 = -100$$

$$-(1.101)_2 \cdot 2^{-100} = -(1101)_2 \cdot 2^{-103} = 13 \cdot 2^{-103}$$

1.4 Ispitni zadaci

1. Izvršiti sledeće operacije ako su brojevi predstavljeni u IEEE 754 zapisu sa binarnom osnovom u 32 bita i rezultate (ako je moguće) prevesti u dekadni sistem (*januar 2 2017, zadatak 6, grupa A*):

(a) $1\ 11111111\ 000000000000000000000000 - 1\ 11111111\ 000000000000000000000000$;

(b) $0\ 10000110\ 101011000000000000000000 - 0\ 10000010\ 011100000000000000000000$;

(c) $1\ 01110100\ 110010000000000000000000 + 1\ 01110100\ 010111000000000000000000$.

(a) $-\infty - (-\infty) = -\infty + \infty = qNaN$

zapis: $0\ 11111111\ 100000000000000000000000$

(b) oduzimanje se svodi na sabiranje dva broja različitog znaka (umanjenika sa umanjioecom kome je promenjen znak)

eksponent umanjenika je veći pa je znak rezultata znak umanjenika: 0

eksponent rezultata odgovara eksponentu umanjenika: $(10000110)_2$

frakcija:

1. brojeve svodimo na iste eksponente

eksponent umanjenika je za $(10000110)_2 - (10000010)_2 = 4$ veći od eksponenta umanjioeca, pa pri oduzimanju frakcija decimalnu tačku u zapisu frakcije umanjioeca treba pomeriti za 4 mesta ulevo: $(1.0111)_2 \rightarrow (0.00010111)_2$

2. frakcija rezultata: $1.10101100 - 0.00010111 = 1.10010101$

kako je frakcija normalizovana, konačan zapis je:

$0\ 10000110\ 100101010000000000000000$

dekadna vrednost: $(1.10010101)_2 \cdot 2^7 = (11001010.1)_2 = 202.5$

(c) sabiraju se dva negativna broja pa je i rezultat negativan

bit za znak rezultata: 1

sabirci imaju isti eksponent, pa je to ujedno i eksponent rezultata: 01110100

frakcija:

1. frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:

$$1.110010 + 1.010111 = 11.001001$$

potrebno je izvršiti normalizaciju:

$(11.001001)_2 = (1.1001001)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.1001001)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1:

$$(01110100)_2 + 1 = (01110101)_2$$

konačan zapis je:

$1\ 01110101\ 100100100000000000000000$

dekadna vrednost:

eksponent: $(01110101) - 127 = -10$

$$-(1.1001001)_2 \cdot 2^{-10} = -(11001.001)_2 \cdot 2^{-14} = -25.125 \cdot 2^{-14}$$

$$\text{ili: } -(11001001)_2 \cdot 2^{-17} = -201 \cdot 2^{-17}$$

2. Izvršiti sledeće operacije ako su brojevi predstavljeni u IEEE 754 zapisu sa binarnom osnovom u 32 bita i rezultate (ako je moguće) prevesti u dekadni sistem (*januar 2 2017, 6. zadatak, grupa B - za samostalni rad*):

(a) $1\ 01010111\ 101010000000000000000000 + 1\ 01010111\ 011101000000000000000000$;

(b) $0\ 11111111\ 000000000000000000000000 - 0\ 11111111\ 000000000000000000000000$;

(c) $0\ 10000110\ 101011000000000000000000 - 0\ 10000010\ 011100000000000000000000$.

3. Izračunati: $0\ 10000010\ 10111\ \underbrace{0\dots0}_{18} + 0\ 10000101\ 1001\ \underbrace{0\dots0}_{19}$

ako su brojevi predstavljeni u IEEE 754 zapisu sa binarnom osnovom u 32 bita i rezultat prevesti u dekadni sistem (*januar 1 2016, zadatak 6a, grupa A - za samostalni rad*)

4. Izračunati: $1\ 01101111\ 101101\ \underbrace{0\dots0}_{17} - 1\ 01110100\ 01011101\ \underbrace{0\dots0}_{15}$

ako su brojevi predstavljeni u IEEE 754 zapisu sa binarnom osnovom u 32 bita i rezultat prevesti u dekadni sistem (*za samostalni rad*)

2 Množenje brojeva zapisanih u *binary32* formatu

1. Izvršiti množenje $0\ 10111000\ 10101\ \underbrace{00\dots 00}_{18} \cdot 1\ 10111100\ 001\ \underbrace{00\dots 00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

znak rezultata: $0 \oplus 1 = 1$

eksponent: $(10111000)_2 + (10111100)_2 - (01111111)_2 = (101110100)_2 - (001111111)_2 = (11110101)_2$

frakcija:

$$1.10101\ \underbrace{00\dots 00}_{18} \cdot 1.001\ \underbrace{00\dots 00}_{20} = 1.10101 \cdot 1.001 = 1.11011101$$

$$\text{rezultat: } 1\ 11110101\ 11011101\ \underbrace{00\dots 00}_{14}$$

dekadna vrednost rezultata:

eksponent: $(11110101)_2 - 127 = 245 - 127 = 118$

frakcija: $1.11011101\ \underbrace{00\dots 00}_{14}$

$$\text{konačno: } -(1.11011101)_2 \cdot 2^{118} = -(111011101)_2 \cdot 2^{110} = -477 \cdot 2^{110}$$

2. Izvršiti množenje $0\ 10000011\ 11\ \underbrace{00\dots 00}_{21} \cdot 0\ 10000001\ 001\ \underbrace{00\dots 00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

znak rezultata: $0 \oplus 0 = 0$

eksponent: $(10000011)_2 + (10000001)_2 - (01111111)_2 = (10000100)_2 - (001111111)_2 = (10000101)_2$

frakcija: $1.11 \cdot 1.001 = 1.11111$

$$\text{rezultat: } 0\ 10000101\ 11111\ \underbrace{00\dots 00}_{18}$$

dekadna vrednost rezultata:

eksponent: $(10000101)_2 - 127 = 133 - 127 = 6$

frakcija: $1.11111\ \underbrace{00\dots 00}_{18}$

$$\text{konačno: } +(1.11111)_2 \cdot 2^6 = (1111110)_2 = 126$$

3. Izračunati $1\ 10000101\ 010101\ \underbrace{00\dots 00}_{17} \cdot 0\ 10000011\ 1011\ \underbrace{00\dots 00}_{19}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

znak rezultata: $1 \oplus 0 = 1$

eksponent: $(10000101)_2 + (10000011)_2 - (01111111)_2 = (100001000)_2 - (001111111)_2 = (10001001)_2$

frakcija: $1.010101 \cdot 1.1011 = 10.0011110111$

potrebno je izvršiti normalizaciju: $(10.0011110111)_2 = (1.00011110111)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.00011110111)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1: $(10001001)_2 + 1 = (10001010)_2$

$$\text{rezultat: } 1\ 10001010\ 00011110111\ \underbrace{00\dots 00}_{12}$$

dekadna vrednost rezultata:

eksponent: $(10001010)_2 - 127 = 138 - 127 = 11$

frakcija: $1.00011110111\ \underbrace{00\dots 00}_{12}$

$$\text{konačno: } -(1.00011110111)_2 \cdot 2^{11} = -(100011110111)_2 = -2295$$

4. Izračunati $1\ 10000011\ 0001011\ \underbrace{00\dots 00}_{16} \cdot 0\ 10000001\ 011\ \underbrace{00\dots 00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

znak rezultata: $1 \oplus 0 = 1$

eksponent: $(10000011)_2 + (10000001)_2 - (01111111)_2 = (100000100)_2 - (001111111)_2 = (10000101)_2$

frakcija: $1.0001011\ \underbrace{00\dots 00}_{16} \cdot 1.011\ \underbrace{00\dots 00}_{20} = (1.0001011)_2 \cdot (1.011)_2 = (1.0111111001)_2$

$$\text{rezultat: } 1\ 10000101\ 0111111001\ \underbrace{00\dots 00}_{13}$$

dekadna vrednost rezultata:

eksponent: $(10000101)_2 - 127 = 133 - 127 = 6$

frakcija: $1.0111111001\underbrace{00\dots00}_{13}$

konačno: $-(1.0111111001)_2 \cdot 2^6 = -(1011111.1001)_2 = -95.5625$

2.1 Specijalne vrednosti

Neka je x konačan broj (normalan ili subnormalan).

$0 \cdot x = 0$ ako je x pozitivan broj	$0 \cdot x = -0$ ako je x negativan broj
$0 \cdot \infty = qNaN$	$\infty \cdot \infty = \infty$
$x \cdot \infty = \infty$ ako je x pozitivan broj	$x \cdot \infty = -\infty$ ako je x negativan broj
$0 \cdot qNaN = qNaN$	$0 \cdot sNaN = qNaN$
$\infty \cdot qNaN = qNaN$	$\infty \cdot sNaN = qNaN$

1. Izvršiti množenje $1 \underbrace{11111111 \ 100\dots00}_{22} \cdot 0 \ 11001100 \ 10011\underbrace{00\dots00}_{18}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Množenik je qNaN vrednost, množilac je konačan pozitivan broj, rezultat je qNaN ($1 \ 11111111 \ 1\underbrace{00\dots00}_{22}$).

2. Izvršiti množenje $0 \ 11111111 \ \underbrace{00\dots00}_{23} \cdot 1 \ 10100100 \ 10\underbrace{00\dots00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Množenik je $+\infty$, množilac je konačan negativan broj, rezultat je $-\infty$ ($1 \ 11111111 \ \underbrace{00\dots00}_{23}$).

3. Izvršiti množenje $1 \ 00101101 \ 01011\underbrace{00\dots00}_{18} \cdot 1 \ 00000000 \ \underbrace{00\dots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Množenik je konačan negativan broj, množilac je -0 , rezultat je $+0$ ($0 \ 00000000 \ \underbrace{00\dots00}_{23}$).

4. Izvršiti množenje $0 \ 11111111 \ 01\underbrace{00\dots00}_{21} \cdot 0 \ 11111111 \ \underbrace{00\dots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Množenik je sNaN vrednost, množilac je $+\infty$, rezultat je qNaN ($1 \ 11111111 \ 1\underbrace{00\dots00}_{22}$).

3 Deljenje brojeva zapisanih u *binary32* formatu

1. Izvršiti deljenje $0\ 10000100\ 1110111\ \underbrace{00\dots 00}_{16} / 1\ 10000001\ 101\ \underbrace{00\dots 00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

znak rezultata: $0 \oplus 1 = 1$

eksponent: $(10000100)_2 - (10000001)_2 + (01111111)_2 = (00000011)_2 + (01111111)_2 = (10000010)_2$

frakcija:

$1.1110111 : 1.101 = 1111.0111 : 1101 = 1.0011$

rezultat: $0\ 10000010\ 0011\ \underbrace{00\dots 00}_{19}$

dekadna vrednost rezultata:

eksponent: $(10000010)_2 - 127 = 130 - 127 = 3$

frakcija: $1.0011\ \underbrace{00\dots 00}_{19}$

konačno: $-(1.0011)_2 \cdot 2^3 = -(1001.1)_2 = -9.5$

2. Izvršiti deljenje $1\ 10010010\ 0111111\ \underbrace{00\dots 00}_{17} / 00100110\ 01\ \underbrace{00\dots 00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

znak rezultata: $1 \oplus 1 = 0$

eksponent: $(10010010)_2 - (00100110)_2 + (01111111)_2 = (01101100)_2 + (01111111)_2 = (11101011)_2$

frakcija:

$1.0111111 : 1.01 = 101.1111 : 101 = 1.0011$

rezultat: $0\ 11101011\ 0011\ \underbrace{00\dots 00}_{19}$

dekadna vrednost rezultata:

eksponent: $(11101011)_2 - 127 = 235 - 127 = 108$

frakcija: $1.0011\ \underbrace{00\dots 00}_{19}$

konačno: $+(1.0011)_2 \cdot 2^{108} = (10011)_2 \cdot 2^{104} = 19 \cdot 2^{104}$

3. Izvršiti deljenje $0\ 11010011\ 00001001\ \underbrace{00\dots 00}_{15} / 1\ 10101111\ 01\ \underbrace{00\dots 00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

znak rezultata: $0 \oplus 1 = 1$

eksponent: $(11010011)_2 - (10101111)_2 + (01111111)_2 = (00100100)_2 + (01111111)_2 = (10100011)_2$

frakcija: $1.00001001 : 1.01 = 100.001001 : 101 = 0.110101$

potrebno je izvršiti normalizaciju:

$(0.110101)_2 = (1.10101)_2 \cdot 2^{-1}$ pa frakcija postaje $(1.10101)_2$, a vrednost eksponenta umanjujemo za 1: $(10100011)_2 - 1 = (10100010)_2$

rezultat: $1\ 10100010\ 10101\ \underbrace{00\dots 00}_{18}$

dekadna vrednost rezultata:

eksponent: $(10100010)_2 - 127 = 162 - 127 = 35$

frakcija: $1.10101\ \underbrace{00\dots 00}_{18}$

konačno: $-(1.10101)_2 \cdot 2^{35} = -(110101)_2 \cdot 2^{30} = -53 \cdot 2^{30}$

4. Izvršiti deljenje $0\ 00000001\ 0101\ \underbrace{00\dots 00}_{19} / 0\ 00000000\ 11\ \underbrace{00\dots 00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

znak rezultata: $0 \oplus 0 = 0$

eksponent:

eksponent deljenika (normalnog broja) je sa uvećanjem 127, a delioca (subnormalnog broja) sa uvećanjem 126, pa nakon oduzimanja ostaje 1 u višku i zato treba dodati 126 (kako bi eksponent rezultata bio sa uvećanjem 127).

$(00000001)_2 - (00000000)_2 + (01111110)_2 = (00000001)_2 + (01111110)_2 = (01111111)_2$

frakcija:
 $1.0101 : 0.11 = 101.01 : 11 = 1.11$

rezultat: $0\ 01111111\ 11\ \underbrace{00\dots00}_{21}$

dekadna vrednost rezultata:
 eksponent: $(01111111)_2 - 127 = 127 - 127 = 0$

frakcija: $1.11\ \underbrace{00\dots00}_{21}$

konačno: $+(1.11)_2 \cdot 2^0 = 1.75$

3.1 Specijalne vrednosti

Neka je x konačan broj (normalan ili subnormalan).

$x/0 = +\infty$ ako je x pozitivan broj	$x/0 = -\infty$ ako je x negativan broj
$x/\infty = +0$ ako je x pozitivan broj	$x/\infty = -0$ ako je x negativan broj
$0/0 = qNaN$	$\infty/\infty = qNaN$
$qNaN/x = qNaN$	$qNaN/\infty = qNaN$
$sNaN/x = qNaN$	$sNaN/\infty = qNaN$

1. Izvršiti deljenje $0\ 10000001\ \underbrace{01\ 00\dots00}_{21} : 1\ 00000000\ \underbrace{00\dots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Deljenik je konačan pozitivan broj, delilac je -0 , rezultat je $-\infty$ ($1\ 11111111\ \underbrace{0\dots0}_{23}$).

2. Izvršiti deljenje $0\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23} : 1\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Deljenik je $+\infty$, delilac je $-\infty$, rezultat je qNaN ($1\ 11111111\ 111\ \underbrace{0\dots0}_{20}$).

3. Izvršiti deljenje $0\ 10010000\ 1101\ \underbrace{00\dots00}_{19} : 1\ 11111111\ 001\ \underbrace{00\dots00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Deljenik je konačan pozitivan broj, delilac je sNaN, rezultat je qNaN ($0\ 11111111\ 1\ \underbrace{0\dots0}_{22}$).

4. Izvršiti deljenje $1\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23} : 1\ 00000000\ \underbrace{00\dots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Deljenik je $-\infty$, delilac je -0 , rezultat je $+\infty$ ($1\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23}$).

5. Izvršiti deljenje $1\ 00000000\ \underbrace{00\dots00}_{23} : 0\ 11111111\ \underbrace{00\dots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Deljenik je -0 , delilac je $+\infty$, rezultat je -0 ($1\ 00000000\ \underbrace{00\dots00}_{23}$).

3.2 Ispitni zadaci

1. Nad brojevima $x = 11000001000101100000000000000000$, $y = 00111101001000000000000000000000$ i $z = 11111111100000000000000000000000$ predstavljenim u IEEE754 zapisu sa binarnom osnovom izvršiti operacije $x \cdot y$, x/y i x/z .

Rezultate, gde god je to moguće, prevesti u dekadni sistem (*jun 1 2017, 7. zadatak*).

(a) $x \cdot y$

znak: 1

eksponent: $10000010 + 01111010 - 01111111 = 11111100 - 01111111 = 01111101$

frakcija: $1.001011 \cdot 1.01 = 1.01110111$

konačan zapis: 1 01111101 011101110000000000000000

dekadna vrednost:

eksponent: $(01111101)_2 - 127 = -2$

$$-(1.01110111)_2 \cdot 2^{-2} = -(1011101.11)_2 \cdot 2^{-8} = -109.75 \cdot 2^{-8}$$

(b) x/y

znak: 1

eksponent: $10000010 - 01111010 + 01111111 = 00001000 + 01111111 = 10000111$

frakcija: $1.001011 : 1.01 = 100.1011 : 101 = 0.1111$

normalizacija: $(0.1111)_2 = (1.111)_2 \cdot 2^{-1}$ pa frakcija postaje 1.111, a eksponent smanjujemo za 1:

$$(10000111)_2 - 1 = (10000110)_2$$

konačan zapis: 1 10000111 111000000000000000000000

dekadna vrednost:

eksponent: $(10000111)_2 - 127 = 7$

$$-(1.111)_2 \cdot 2^7 = -(11110000)_2 = -240$$

(c) x/z

x je konačan negativan broj, z je $-\infty$, pa je količnik $x/z = +0$ (0 00000000 000000000000000000000000)