

1 Množenje celih brojeva

1.1 Množenje neoznačenih celih brojeva

Za realizaciju algoritma za množenje neoznačenih celih brojeva potrebna su nam tri registra A, P i M zadate dužine i jedan jednobitni registar C.

Dužina registara A, P i M odgovara zadatom broju bitova za zapis neoznačenih brojeva koji se množe.

Početno stanje (inicijalizacija):

1. Množenik upisujemo u registar M , a množilac u registar P . Sa P_0 ćemo obeležiti najniži bit registra P .
2. Registre A i C inicijalizujemo na 0.

Koraci algoritma:

1. Ako je $P_0 = 1$ na sadržaj registra A dodajemo sadržaj registra M i eventualni prenos prilikom sabiranja upisujemo u registar C. Ako je $P_0 = 0$ ništa ne preduzimamo.
2. Sadržaj registara CAP kao jedna reč logički pomeramo za jednu poziciju udesno (na upražnjeno mesto sleva upisuje se 0).
3. Prethodna dva koraka ponavljamo onoliko puta koliko ima bitova u množiocu.

Rezultat očitavamo iz registra AP kao neoznačen broj.

1. Izračunati $70 \cdot 51$ ukoliko su brojevi predstavljeni kao neoznačeni celi binarni brojevi sa 8 bitova. Rezultat prevesti u dekadni brojevni sistem.

osam puta množilac: $M = 70 = (01000110)_2^8$, množilac: $P = 51 = (00110011)_2^8$

	C	A	P	
	0	00000000	0011001 <u>1</u>	inicijalizacija
	0	01000110	00110011	$P_0 = 1 \Rightarrow A + M \rightarrow A$
1	0	00100011	0001100 <u>1</u>	CAP pomeramo udesno
	0	01101001	00011001	$A + M \rightarrow A$
2	0	00110100	1000110 <u>0</u>	pomeranje udesno
3	0	00011010	0100011 <u>0</u>	pomeranje udesno
4	0	00001101	0010001 <u>1</u>	pomeranje udesno
	0	01010011	00100011	$A + M \rightarrow A$
5	0	00101001	1001000 <u>1</u>	pomeranje udesno
	0	01101111	10010001	$A + M \rightarrow A$
6	0	00110111	1100100 <u>0</u>	pomeranje udesno
7	0	00011011	1110010 <u>0</u>	pomeranje udesno
8	0	00001101	1111001 <u>0</u>	pomeranje udesno

rezultat je: $AP = (00001101\ 11110010)_2 = 3570$

2. Izračunati $207 \cdot 43$ ukoliko su brojevi zapisani kao neoznačeni celi sa 8 bitova. Rezultat prevesti u dekadni sistem.

množenik: $M = 207 = (11001111)_2^8$, množilac: $P = 43 = (00101011)_2^8$

	C	A	P	
	0	00000000	0010101 <u>1</u>	početno stanje
	0	11001111	00101011	$P_0 = 1 \Rightarrow A + M \rightarrow A$
1	0	01100111	1001010 <u>1</u>	CAP pomeramo udesno
	1	00110110	10010101	$A + M \rightarrow A$
2	0	10011011	0100101 <u>0</u>	pomeranje udesno
3	0	01001101	1010010 <u>1</u>	$P_0 = 0 \Rightarrow$ pomeranje udesno
	1	00011100	10100101	$A + M \rightarrow A$
4	0	10001110	0101001 <u>0</u>	pomeranje udesno
5	0	01000111	0010100 <u>1</u>	pomeranje udesno
	1	00010110	00101001	$A + M \rightarrow A$
6	0	10001011	0001010 <u>0</u>	pomeranje udesno
7	0	01000101	1000101 <u>0</u>	pomeranje udesno
8	0	00100010	11000101	pomeranje udesno

rezultat je: $AP = (00100010\ 11000101)_2 = 8901$

3. Izračunati $28 \cdot 19$, ukoliko su brojevi zapisani kao neoznačeni celi 8-bitni brojevi. Odrediti dekadnu vrednost rezultata.

množenik: $M = 28 = (00011100)_2^8$
 množilac: $P = 19 = (00010011)_2^8$

	C	A	P	
	0	00000000	00100111	početno stanje
	0	00011100	00010011	$A + M \rightarrow A$
1	0	00001110	00001001	pomeranje udesno
	0	00101010	00001001	$A + M \rightarrow A$
2	0	00010101	00000100	pomeranje udesno
3	0	00001010	10000010	pomeranje udesno
4	0	00000101	01000001	pomeranje udesno
	0	00100001	01000001	$A + M \rightarrow A$
5	0	00010000	10100000	pomeranje udesno
6	0	00001000	01010000	pomeranje udesno
7	0	00000100	00101000	pomeranje udesno
8	0	00000010	00010100	pomeranje udesno

rezultat je $AP = (00000010\ 00010100)_2 = 532$.

1.2 Množenje označenih celih brojeva u potpunom komplementu (Booth-ov algoritam)

Za realizaciju Butovog algoritma za množenje brojeva u potpunom komplementu potrebna su nam tri registra A, P i M zadate dužine i jedan jednobitni registar P_{-1} .

Početno stanje (inicijalizacija):

- Množenik zapisujemo u registru M, a množilac u registru P kao brojeve u potpunom komplementu. Sa P_0 ćemo obeležiti najniži bit registra P.
- Registre A i P_{-1} inicijalizujemo na 0.

Koraci algoritma:

- Posmatramo kombinaciju bitova P_0P_{-1} .

Ako je $P_0P_{-1} = 00$ ništa ne preduzimamo.

Ako je $P_0P_{-1} = 01$ računamo zbir $A + M$ i upisujemo ga u registar A.

Ako je $P_0P_{-1} = 10$ računamo razliku $A - M$ ¹ i upisujemo je u registar A.

Ako je $P_0P_{-1} = 11$ ništa ne preduzimamo.

- Sadržaj registara APP_{-1} kao jednu reč aritmetički pomeramo za jednu poziciju udesno.
- Prethodna dva koraka ponavljamo onoliko puta koliko ima bitova u zapisu množioca.

Rezultat očitavamo iz registra AP kao broj zapisan u potpunom komplementu.

¹ $A - M = A + (-M)$ pa se računanje razlike može svesti na računanje zbira sadržaja registra A i potpunog komplementa sadržaja iz M

1. Izračunati $-91 \cdot 22$ ukoliko su brojevi predstavljeni kao označeni celi binarni brojevi sa 8 bitova u potpunom komplementu. Rezultat prevesti u dekadni sistem.

množenik: $91 = 64 + 16 + 8 + 2 + 1 = (01011011)_{pk}^8 = -M \Rightarrow M = -91 = (10100101)_{pk}^8$

ili: $-91 = -128 + 32 + 4 + 1 = (10100101)_{pk}^8$

množilac: $P = 22 = (00010110)_{pk}^8$

	A	P	P_{-1}	
	00000000	0001011 <u>0</u>	<u>0</u>	inicijalizacija
1	00000000	0000101 <u>1</u>	<u>0</u>	$P_0P_{-1} = 00 \Rightarrow APP_{-1}$ pomeramo udesno
	<u>01011011</u>			
2	01011011	00001011	0	$P_0P_{-1} = 10 \Rightarrow A + (-M) \rightarrow A$
	00101101	1000010 <u>1</u>	<u>1</u>	APP_{-1} pomeramo udesno
3	00010110	1100001 <u>0</u>	<u>1</u>	$P_0P_{-1} = 11 \Rightarrow$ pomeranje udesno
	<u>10100101</u>			
4	10111011	11000010	1	$P_0P_{-1} = 01 \Rightarrow A + M \rightarrow A$
	11011101	1110000 <u>1</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno
	<u>01011011</u>			
5	00111000	11100001	0	$A + (-M) \rightarrow A$
	00011100	0111000 <u>0</u>	<u>1</u>	pomeranje udesno
	<u>10100101</u>			
6	11000001	01110000	1	$A + M \rightarrow A$
	11100000	1011100 <u>0</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno
7	11110000	0101110 <u>0</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno
8	11111000	0010111 <u>0</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno

rezultat je:

$AP = (1111\ 1000\ 0010\ 1110)_{pk}^{16} = -(0000\ 0111\ 1101\ 0010)_2 = -(2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^1) = -2002$

ili: $(1111\ 1000\ 0010\ 1110)_{pk}^{16} = (1000\ 0010\ 1110)_{pk}^{12} = -2^{11} + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = -2002$

2. Izračunati $103 \cdot (-13)$ ukoliko su brojevi predstavljeni kao označeni celi binarni brojevi sa 8 bitova u potpunom komplementu. Rezultat prevesti u dekadni sistem.

množenik: $M = 103 = (1100111)_2 = (01100111)_{pk}^8 \Rightarrow -M = -103 = (10011001)_{pk}$

množilac: $13 = (1101)_2 = (00001101)_{pk}^8 \Rightarrow P = -13 = (11110011)_{pk}^8$

	A	P	P_{-1}	
	00000000	1111001 <u>1</u>	<u>0</u>	inicijalizacija
	<u>10011001</u>			
	10011001	11110011	0	$P_0P_{-1} = 10 \Rightarrow A + (-M) \rightarrow A$
1	11001100	1111100 <u>1</u>	<u>1</u>	APP_{-1} pomeramo udesno
2	11100110	0111110 <u>0</u>	<u>1</u>	$P_0P_{-1} = 11 \Rightarrow$ pomeranje udesno
	<u>01100111</u>			
	01001101	01111100	1	$P_0P_{-1} = 01 \Rightarrow A + M \rightarrow A$
3	00100110	1011111 <u>0</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno
4	00010011	0101111 <u>1</u>	<u>0</u>	$P_0P_{-1} = 00 \Rightarrow$ pomeranje udesno
	<u>10011001</u>			
	10101100	01011111	0	$A + (-M) \rightarrow A$
5	11010110	0010111 <u>1</u>	<u>1</u>	pomeranje udesno
6	11101011	0001011 <u>1</u>	<u>1</u>	pomeranje udesno
7	11110101	1000101 <u>1</u>	<u>1</u>	pomeranje udesno
8	11111010	11000101	1	pomeranje udesno

rezultat je: $AP = (11111010\ 11000101)_{pk} = -(0000\ 0101\ 0011\ 1011)_2 = -(2^{10} + 2^8 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0) = -1339$

ili: $(11111010\ 11000101)_{pk}^{16} = (1010\ 1100\ 0101)_{pk}^{12} = -2^{11} + 2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^2 + 2^0 = -1339$

3. Izračunati $(-46) \cdot 12$ ukoliko su brojevi predstavljeni kao označeni celi binarni brojevi sa 8 bitova u potpunom komplementu. Rezultat prevesti u dekadni sistem.

množenik: $46 = (00101110)_{pk}^8 \Rightarrow M = -46 = (11010010)_{pk}^8$

množilac: $P = 12 = (00001100)_{pk}^8$

	A	P	P_{-1}	
	00000000	0000110 <u>0</u>	<u>0</u>	inicijalizacija
1	00000000	0000011 <u>0</u>	<u>0</u>	$P_0P_{-1} = 00 \Rightarrow$ pomeranje udesno
2	00000000	0000001 <u>1</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno
	<u>00101110</u>			
	00101110	00000011	0	$P_0P_{-1} = 10 \Rightarrow A + (-M) \rightarrow A$
3	00010111	0000000 <u>1</u>	<u>1</u>	pomeranje udesno
4	00001011	1000000 <u>0</u>	<u>1</u>	$P_0P_{-1} = 11 \Rightarrow$ pomeranje udesno
	11011101	10000000	1	$P_0P_{-1} = 01 \Rightarrow A + M \rightarrow A$
5	11101110	1100000 <u>0</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno
6	11110111	0110000 <u>0</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno
7	11111011	1011000 <u>0</u>	<u>0</u>	pomeranje udesno
8	11111101	11011000	0	pomeranje udesno

rezultat je: $AP = (11111101\ 11011000)_{pk} = -(00000010\ 00101000)_2 = -552$