1 Brojčani (brojevni) sistemi

Brojčani sistemi mogu biti nepozicioni i pozicioni. Kod nepozicionih brojčanih sistema znak koji označava cifru ima istu vrednost bez obzira na poziciju u zapisu broja, dok kod pozicionih sistema ima različite vrednosti.
Primer nepozicionog brojčanog sistema je rimski, a pozicionog dekadni brojčani sistem. Uzmimo, kao primer, rimski broj MMMMXXXIII, gde svaka cifra ima istu vrednost bez obzira na poziciju (M je uvek 1000, X je uvek 10, I je uvek 1). U dekadnom broju 3033, međutim, cifra 3 ima vrednost 3, ali i 30 i 3000, zavisno od pozicije u zapisu broja.
Dakle, kod pozicionih brojčanih sistema treba razlikovati pojmove "vrednost cifre" (njen numerički ekvivalent) i "vrednost cifre u zapisu broja" (pridružena vrednost koja zavisi od pozicije cifre u zapisu).
Na osnovu navedenog, mogu se opisati osnovna svojstva pozicinog sistema (sa fiksnom osnovom):

- Vrednost pozicije cifre u zapisu broja je stepen osnove sistema
- Svaka cifra u zapisu broja ima pridruženu vrednost (cifre su različite težine, tj. imaju različit udeo u vrednosti samog broja)
- Vrednost cifre u zapisu broja jednaka je proizvodu vrednosti cifre i vrednosti pozicije na kojoj se cifra nalazi
- Vrednost broja (u dekadnom sistemu) dobija se sabiranjem vrednosti cifara u zapisu broja
- Osnova sistema se uvek zapisuje kao 10 (čita se: jedan, nula)

2 Prevođenje neoznačenih brojeva iz brojčanog sistema sa osnovom N u dekadni sistem

U nastavku je dat pregled nekih pozicionih brojčanih sistema (N je oznaka osnove sistema, a S skupa cifara sistema), primeri zapisa neoznačenih brojeva u tim sistemima i određivanja njhove dekadne vrednosti.
Primeri obuhvataju **cele** brojeve, **razlomljene** brojeve (opšteg oblika: $0.x_{-1}x_{-2}\dots x_{-m}$, $x_{-i} \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ za $i = -1, -2, \dots, -m$) i **mešovite** brojeve (brojeve kod kojih su i celobrojni i razlomljeni deo različiti od nule, opšteg oblika: $x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0 . x_{-1} x_{-2} \dots x_{-m}$, $x_i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ za $i = -m, \dots, n$).
Prevođenje mešovitih brojeva se izvodi tako što se pojedinačno prevedu ceo i razlomljeni deo, a zatim se tako dobijeni prevodi spoje.

1. **Dekadni sistem**: $S = \{0, 1, \dots 9\}, N = 10$
   $(7452)_{10} = 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$
2. **Binarni sistem**: $S = \{0, 1\}, N = 2$
   $(101011)_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 8 + 2 + 1 = (43)_{10}$
   $(0.101)_2 = 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 0.5 + 0.125 = (0.625)_{10}$
3. **Oktalni sistem**: $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, N = 8$
   $(157)_8 = 1 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 64 + 40 + 7 = (111)_{10}$
4. **Heksadekadni sistem**: $S = \{0, 1, \dots 9, A, B, C, D, E, F\}, N = 16$
   Ciframa A, B, C, D, E, F se, redom, dodeljuju vrednosti 10, 11, 12, 13, 14, 15.
   $(157)_{16} = 1 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 = 256 + 80 + 7 = (343)_{10}$
   $(10A5.14)_{16} = \underbrace{1 \cdot 16^3 + 0 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0}_{\text{prevod celog dela}} + \underbrace{1 \cdot 16^{-1} + 4 \cdot 16^{-2}}_{\text{prevod razlomljenog dela}} = 4096 + 160 + 5 + 0.0625 + 0.015625 = (4261.078125)_{10}$
5. **Troični sistem**: $S = \{0, 1, 2\}, N = 3$
   $(102201)_3 = 1 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 243 + 54 + 18 + 1 = (316)_{10}$
6. **Balansirani troični sistem**: $S = \{-1, 0, 1\}, N = 3$
   $((-1)0(-1)(-1)01)_{bt} = (-1) \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + (-1) \cdot 3^3 + (-1) \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = -243 - 27 - 9 + 1 = (-278)_{10}$
7. **Brojčani sistem sa negativnom osnovom**: Osnova sistema je $-N$, a cifre su u intervalu $[0, N-1]$:
   - $N = 10, S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$:
     $(275.15)_{-10} = 2 \cdot (-10)^2 + 7 \cdot (-10)^1 + 5 \cdot (-10)^0 + 4 \cdot (-10)^{-1} + 2 \cdot (-10)^{-2} = (134.95)_{10}$
   - **negabinarni brojčani sistem**: $N = 2, S = \{0, 1\}$
     $(101011)_{-2} = 1 \cdot (-2)^5 + 0 \cdot (-2)^4 + 1 \cdot (-2)^3 + 0 \cdot (-2)^2 + 1 \cdot (-2)^1 + 1 \cdot (-2)^0 = (-41)_{10}$

8. **Brojčani sistem sa razlomljenom osnovom**: $N = 0.5, S = \{0, \dots 9\}$
$(157)_{0.5} = 1 \cdot 0.5^2 + 5 \cdot 0.5^1 + 7 \cdot 0.5^0 = (9.75)_{10}$

9. **Brojčani sistem sa promenljivom osnovom**:

   - svakoj poziciji i pridružena je vrednost m_i
   - težina k-te pozicije:

$$T_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \prod_0^{k-1} m_j & k > 0 \end{cases} \tag{1}$$

   Cifra na k-toj poziciji pripada intervalu $[0, m_k - 1]$.

   Za osnove $m_3 = 6, m_2 = 7, m_1 = 8, m_0 = 5$ vrednost broja 3564 je:
   $V(3564) = 3 \cdot m_2 \cdot m_1 \cdot m_0 + 5 \cdot m_1 \cdot m_0 + 6 \cdot m_0 + 4 \cdot 1 = 3 \cdot (7 \cdot 8 \cdot 5) + 5 \cdot (8 \cdot 5) + 6 \cdot (5) + 4 \cdot (1) = 3 \cdot 280 + 5 \cdot 40 + 30 + 4 = (1074)_{10}$

2.1 Primeri za vežbu

1. Binarni broj $(1110110)_2$ prevesti u dekadni i oktalni sistem.

Rešenje. $(1110110)_2 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 64 + 32 + 16 + 4 + 2 = (118)_{10}$
Prevod u oktalni sistem može se dobiti, na primer, na sledeći način:
$(1110110)_2 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1 \cdot (2^3)^2 + 2^2 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^3 + 4 + 2 = 1 \cdot 8^2 + (4 + 2) \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 1 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = (166)_8$

2. Sledeće brojeve prevesti u dekadni sistem: (a) $(2013)_{-3}$, (b) $(214)_{-5}$ (*kolokvijum 2016, 1. zadatak*).

Rešenje. (a) Zapis $(2013)_{-3}$ nije korektan, jer cifra 3 nije validna cifra sistema sa osnovom -3.
(b)$(214)_{-5} = 2 \cdot (-5)^2 + 1 \cdot (-5)^1 + 4 \cdot (-5)^0 = 2 \cdot 25 - 5 + 4 = (49)_{10}$

3. Sledeće brojeve prevesti u dekadni sistem: (a) $(143.12)_8$, (b) $(1A2C.48)_{16}$, (c) $(110.32)_4$.

Rešenje. (a) $(143.12)_8 = \underbrace{1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0}_{\text{prevod celog dela}} + \underbrace{1 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2}}_{\text{prevod razlomljenog dela}} = 64 + 32 + 3 + 0.125 + 0.03125 = (99.15625)_{10}$
(b) $(1A2C.48)_{16} = 1 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} + 8 \cdot 16^{-2} = 4096 + 2560 + 3212 + 0.25 + 0.03125 = (6700.28125)_{10}$
(c) $(110.32)_4 = 1 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 + 3 \cdot 4^{-1} + 2 \cdot 4^{-2} = 16 + 4 + 0 + 0.75 + 0.125 = (20.875)_{10}$

4. Prevesti sledeće brojeve iz zadatog brojčanog sistema u dekadni sistem: (a) $(1011010010)_2$, (b) $(233.12)_8$, (c) $(2C)_{16}$, (d) $(FFFF)_{16}$, (e) $(1(-1)100(-1))_{bt}$, (f) $(762.32)_{0.5}$.

Rešenje. (a) $(1011010010)_2 = 1 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 512 + 128 + 64 + 16 + 2 = (722)_{10}$
(b) $(233.12)_8 = 2 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} = 128 + 24 + 3 + 0.125 + 2 \cdot 0.015625 = 155 + 0.125 + 0.03125 = (155.15625)_{10}$
(c) $(2C)_{16} = 2 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = (44)_{10}$
(d) Kako je $(FFFF)_{16}$ najveći četvorocifreni broj u heksadekadnom sistemu, njegova dekadna vrednost je za jedan manja od dekadne vrednosti najmanjeg petocifrenog broja $(10000)_{16}$ (a ova se može znatno lakše izračunati). $(FFFF)_{16} = (10000)_{16} - (1)_{16} = 16^4 - 1 = 65536 - 1 = (65535)_{10}$
(e) $(1(-1)100(-1))_{bt} = 1 \cdot 3^5 + (-1) \cdot 3^4 + 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + (-1) \cdot 3^0 = 243 - 81 + 27 - 1 = (188)_{10}$
(f) $(762.32)_{0.5} = 7 \cdot 0.5^2 + 6 \cdot 0.5^1 + 2 \cdot 0.5^0 + 3 \cdot 0.5^{-1} + 2 \cdot 0.5^{-2} = (20.75)_{10}$

5. Sledeće brojeve prevesti u dekadni sistem: (a) $(110101.11)_2$, (b) $(110101.11)_{nb}$ (*kolokvijum 2015, 1. zadatak*).

Rešenje. (a) $(110101.11)_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 32 + 16 + 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = (53.75)_{10}$.
(b) $(110101.11)_{nb} = 1 \cdot (-2)^5 + 1 \cdot (-2)^4 + 0 \cdot (-2)^3 + 1 \cdot (-2)^2 + 0 \cdot (-2)^1 + 1 \cdot (-2)^0 + 1 \cdot (-2)^{-1} + 1 \cdot (-2)^{-2} = -32 + 16 + 4 + 1 - 0.5 + 0.25 = (-11.25)_{10}$.

Prevođenje broja iz datog brojčanog sistema u dekadni sistem može se izvršiti i pomoću **Hornerove šeme**. Na primer, za broj $(abcde)_8$, važi da je

$$\begin{aligned}(abcde)_8 &= a \cdot 8^4 + b \cdot 8^3 + c \cdot 8^2 + d \cdot 8 + e \\ &= (a \cdot 8^3 + b \cdot 8^2 + c \cdot 8 + d) \cdot 8 + e \\ &= ((a \cdot 8^2 + b \cdot 8 + c) \cdot 8 + d) \cdot 8 + e \\ &= (((a \cdot 8 + b) \cdot 8 + c) \cdot 8 + d) \cdot 8 + e,\end{aligned}$$

pri čemu poslednja navedena jednakost predstavlja *Hornerovu šemu.*

Dekadna vrednost broja se, prema tome, može odrediti ili pomoću jednakosti $(abcde)_8 = a \cdot 8^4 + b \cdot 8^3 + c \cdot 8^2 + d \cdot 8 + e$ ili pomoću Hornerove šeme, odnosno jednakosti $(abcde)_8 = (((a \cdot 8 + b) \cdot 8 + c) \cdot 8 + d) \cdot 8 + e$.

6. Prevesti sledeće brojeve iz zadatog brojčanog sistema u dekadni sistem pomoću Hornerove šeme:
(a) $(2A1B)_{16}$, (b) $(2512)_8$.

Rešenje. (a) $(2A1B)_{16} = ((2 \cdot 16 + 10) \cdot 16 + 1) \cdot 16 + 11 = (42 \cdot 16 + 1) \cdot 16 + 11 = 673 \cdot 16 + 11 = 10768 + 11 = 10779$
(b) $(2512)_8 = ((2 \cdot 8 + 5) \cdot 8 + 1) \cdot 8 + 2 = (21 \cdot 8 + 1) \cdot 8 + 2 = 169 \cdot 8 + 2 = 1354$

3 Prevođenje neoznačenih brojeva iz dekadnog sistema u sistem sa osnovom M

3.1 Prevođenje celih brojeva

Neka je ceo broj X zapisan u dekadnom sistemu, a treba ga predstaviti u sistemu sa osnovom M. Postupak se zasniva na deljenju (u dekadnom sistemu) osnovom traženog sistema (M) i zapisivanju ostataka. Cifre se određuju od cifre najmanje težine ka cifri najveće težine. Opisani postupak se odnosi na neoznačene cele brojeve.

Šematski postupak

i	0	1	2	...	p
X_i	X_0	X_1	X_2	...	X_p
y_i	y_0	y_1	y_2	...	y_p

← smer čitanja cifara

X_{i+1} - celobrojni deo količnika X_i/M
y_i - ostatak pri ovom deljenju
Postupak se ponavlja sve dok se ne dođe do broja $X_{p+1} = 0$.

Primer 1. Prevesti sledeće cele dekadne brojeve u zadate brojčane sisteme: (a) $(3129)_{10} \rightarrow (\ldots)_8$,
(b) $(3129)_{10} \rightarrow (\ldots)_2$, (c) $(3129)_{10} \rightarrow (\ldots)_{16}$, (d) $(842)_{10} \rightarrow (\ldots)_{16}$, (e) $(736)_{10} \rightarrow (\ldots)_6$, (f) $(3620)_{10} \rightarrow (\ldots)_7$.

Rešenje. Na osnovu tablica sa generisanim ostacima pri deljenju, sledi: (a) $(3129)_{10} \rightarrow (6071)_8$

3129	391	48	6
1	7	0	6

$\longleftarrow$

(b) $(3129)_{10} \rightarrow (110000111001)_2$

3129	1564	782	391	195	97	48	24	12	6	3	1
1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1

$\longleftarrow$

(c) $(3129)_{10} \to (C39)_{16}$ (primetiti da se ostaci pri deljenju predstavljaju odgovarajućim heksadekadnim ciframa)

$$\begin{array}{c|c|c} 3129 & 195 & 12 \\ \hline 9 & 3 & 12 \\ \multicolumn{3}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

(d) $(842)_{10} \to (2312)_{16}$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 842 & 120 & 17 & 2 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 2 \\ \multicolumn{4}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

(e) $(736)_{10} \to (3224)_{6}$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 736 & 122 & 20 & 3 \\ \hline 4 & 2 & 2 & 3 \\ \multicolumn{4}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

(f) $(3620)_{10} \to (13361)_{7}$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 3620 & 517 & 73 & 10 & 1 \\ \hline 1 & 6 & 3 & 3 & 1 \\ \multicolumn{5}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

Primer 2. Prevesti sledeće dekadne brojeve u zadate brojčane sisteme: (a) $(928)_{10} \to (\ldots)_{16}$, (b) $(534)_{10} \to (\ldots)_{8}$ (*kolokvijum 2016, 1. zadatak*).

Rešenje. (a)$(928)_{10} = (3A0)_{16}$, jer je:

$$\begin{array}{c|c|c} 928 & 58 & 3 \\ \hline 0 & 10 & 3 \\ \multicolumn{3}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

(b) $(534)_{10} = (1026)_{8}$, jer je:

$$\begin{array}{c|c|c|c} 534 & 66 & 8 & 1 \\ \hline 6 & 2 & 0 & 1 \\ \multicolumn{4}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

Primer 3. Prevesti sledeće dekadne brojeve u zadate brojčane sisteme: (a) $(753)_{10} \to (\ldots)_{7}$, (b) $(549)_{10} \to (\ldots)_{5}$ (*kolokvijum 2015, 1. zadatak*).

Rešenje. (a) $(753)_{10} = (2124)_{7}$, jer je:

$$\begin{array}{c|c|c|c} 753 & 107 & 15 & 2 \\ \hline 4 & 2 & 1 & 2 \\ \multicolumn{4}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

(b) $(549)_{10} = (4144)_{5}$, jer je:

$$\begin{array}{c|c|c|c} 549 & 109 & 21 & 4 \\ \hline 4 & 4 & 1 & 4 \\ \multicolumn{4}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

Primer 4. Prevesti sledeće dekadne brojeve u zadate brojčane sisteme: (a) $(891)_{10} \to (\ldots)_{8}$, (b)$(938)_{10} \to (\ldots)_{16}$ (*kolokvijum 2013, 1. zadatak*).

Rešenje. (a) $(891)_{10} = (1573)_{8}$, jer je:

$$\begin{array}{c|c|c|c} 891 & 111 & 13 & 1 \\ \hline 3 & 7 & 5 & 1 \\ \multicolumn{4}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

(b) $(938)_{10} = (3AA)_{16}$, jer je:

$$\begin{array}{c|c|c} 938 & 58 & 3 \\ \hline 10 & 10 & 3 \\ \multicolumn{3}{r}{\longleftarrow} \end{array}$$

3.2 Prevođenje razlomljenih brojeva

Neka je X zadati dekadni razlomljen broj. Početni sadržaj tabele koja sadrži cifre broja u sistemu sa osnovom M je:

x	...
0	...

Množimo broj X brojem M (u dekadnom sistemu) i ceo deo tako dobijenog proizvoda zapisujemo u donjoj ćeliji prve slobodne kolone, dok razlomljeni deo dobijenog proizvoda zapisujemo u gornjoj ćeliji prve slobodne kolone.

x	razlomljeni deo proizvoda
0	ceo deo proizvoda

Postupak ponavljamo sve dok na mestu za razlomljeni deo ne dobijemo 0 ili primetimo da je zapis broja periodičan. Može se desiti da broj nema ni konačan ni periodičan zapis.
Dobijene cifre se očitavaju u smeru sleva nadesno.

Primer 5. Prevesti sledeće razlomljene brojeve iz dekadnog sistema u sistem sa datom osnovom:

(a) $(0.5625)_{10} \rightarrow (\ldots)_2$

0.5625	0.125	0.25	0.5	0
0	1	0	0	1

smer čitanja: $\longrightarrow$

$\Rightarrow (0.5625)_{10} = (0.1001)_2$

Prevođenje se može izvršiti i direktno, ako se uoči da je broj 0.5625 zbir stepena broja 2:
$(0.5625)_{10} = 0.5 + 0.0625 = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} = 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-4} = (0.1001)_2$

(b) $(0.375)_{10} \rightarrow (\ldots)_4$

0.375	0.5	0
0	1	2

smer čitanja: $\longrightarrow$

$\Rightarrow (0.375)_{10} = (0.12)_4$

Prevođenje se može izvršiti i direktno, ako se uoči da je broj 0.375 zbir stepena broja 4:
$(0.375)_{10} = 0.25 + 0.125 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} + \frac{2}{16} = 1 \cdot 4^{-1} + 2 \cdot 4^{-2} = (0.12)_4$

(c) $(0.34)_{10} \rightarrow (\ldots)_5$

0.34	0.7	0.5	0.5	0.5	0.5
0	1	3	2	2	2

smer čitanja: $\longrightarrow$

$\Rightarrow$ zapis je periodičan $(0.34)_{10} = (0.13222...)_5 = (0.13\overline{2})_5$

3.3 Prevođenje mešovitih brojeva

Prilikom prevođenja mešovitog broja iz dekadnog sistema u sistem sa osnovom M, pojedinačno se prevode ceo i razlomljeni deo, a zatim se tako dobijeni prevodi spoje.

Primer 6. Prevesti dekadni broj $(107.675)_{10}$ u binarni sistem.

Prevodimo ceo deo i dobijamo: $(107)_{10} = (1101011)_2$

107	53	26	13	6	3	1
1	1	0	1	0	1	1

smer čitanja: $\longleftarrow$

ili: $(107)_{10} = 64 + 32 + 8 + 2 + 1 = 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^1 + 2^0 = (1101011)_2$
Prevodimo razlomljeni deo i dobijamo periodičan zapis: $(0.675)_{10} = (0.1010\overline{110})_2$

0.675	0.35	0.7	0.4	0.8	0.6	0.2	0.4	0.8	0.6	0.2	0.4
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0

smer čitanja: $\longrightarrow$

$\Rightarrow (107.675)_{10} = (1101011.1010\overline{110})_2$

4 Prevođenje neoznačenih brojeva: opšti slučaj

Neka su N i M dva cela broja koja predstavljaju osnove dva brojevna sistema, pri čemu nijedan nije dekadni. Posmatramo problem:

Kako broj X zadat u sistemu sa osnovom N zapisati u sistemu sa osnovom M?

4.1 I način: koristeći međuprevod u dekadni brojčani sistem

Primer 1. Izvršiti sledeća prevođenja brojeva sa međuprevođenjem u dekadni sistem: (a) $(481)_9 \to (\ldots)_7$, (b) $(3012)_4 \to (\ldots)_{16}$, (c) $(31230)_4 \to (\ldots)_5$, (d) $(132.4)_5 \to (\ldots)_4$, (e) $(4021.23)_5 \to (\ldots)_4$.

Rešenje. (a) $(481)_9 = 4 \cdot 9^2 + 8 \cdot 9^1 + 1 \cdot 9^0 = 4 \cdot 81 + 8 \cdot 9 + 1 \cdot 1 = 324 + 72 + 1 = (397)_{10}$
$(397)_{10} = (1105)_7 \Rightarrow (481)_9 = (1105)_7$, jer je:

397	56	8	1	0
5	0	1	1	

$\longleftarrow$

(b) $(3012)_4 = 3 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0 = 3 \cdot 64 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 192 + 0 + 4 + 2 = (198)_{10}$
$(198)_{10} = (C6)_{16} \Rightarrow (3012)_4 = (C6)_{16}$, jer je:

198	12	0
6	12	

$\longleftarrow$

Kako su osnove sitema stepeni broja dva, zadatak se može rešiti i međuprevođenjem u binarni brojevni sitem. Kako je $4 = 2^2$, svaka cifra iz sistema sa osnovom 4 predstavlja se sa dve binarne cifre, a kako je $16 = 2^4$, svaka heksadekadna cifra zapisuje se pomoću četiri binarne cifre:

$$(3012)_4 = (11|00|01|10)_2 = (\overbrace{1100}\overbrace{0110})_2 = (C6)_{16}$$

Treći način bi bilo direktno prevođenje, koristeći činjenicu da je $16 = 4^2$, tj. da se svaka heksadekadna cifra može zapisati sa dve cifre u sistemu sa osnovom 4:

$$(3012)_4 = (30|12)_4 = (C6)_{16}$$

jer je $(30)_4 = 3 \cdot 4 = 12 = (C)_{16}$ i $(12)_4 = 1 \cdot 4 + 2 = 6 = (6)_{16}$

Opisana poslednja dva načina spadaju u specijalne slučajeve prevođenja brojeva, o kojima će biti reči u nastavku.

(c) $(31230)_4 = 3 \cdot 4^4 + 1 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 = (876)_{10}$
$(876)_{10} \to (12001)_5$ jer je:

876	175	35	7	1
1	0	0	2	1

$\longleftarrow$

(d) prevodimo ceo deo i dobijamo: $(132)_5 = (222)_4$
$(132)_5 = 1 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 25 + 15 + 2 = (42)_{10}$
$(42)_{10} = (222)_4$ jer je:

42	10	2	0
2	2	2	

smer čitanja: $\longleftarrow$

prevodimo razlomljeni deo i dobijamo periodičan zapis: $(0.4)_5 = (0.\overline{30})_4$
$(0.4)_5 = 4 \cdot 5^{-1} = (0.8)_{10}$
$(0.8)_{10} = (0.\overline{30})_4$ jer je:

0.8	0.2	0.8	0.2	0.8
0	3	0	3	0

smer čitanja: $\longrightarrow$

prevod zadatog broja: $(132.4)_5 = (222.\overline{30})_4$

(e) $(4021)_5 = 4 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = (511)_{10}$
$(511)_{10} \rightarrow (13333)_4$ jer je:

511	127	31	7	1
3	3	3	3	1

$\longleftarrow$

$(0.23)_5 = 2 \cdot 5^{-1} + 3 \cdot 5^{-2} = \frac{13}{25} = (0.52)_{10}$
$(0.52)_{10} \rightarrow (0.\overline{2011013223})_4$ jer je:

0.52	0.08	0.32	0.28	0.12	0.48	0.92	0.68	0.72	0.88	0.52	**0.08**
0	2	0	1	1	0	1	3	2	2	3	**2**

smer čitanja: $\longrightarrow$

$(4021.23)_5 = (13333.\overline{2011013223})_4$

4.2 II način: direktno, bez međuprevoda

Prevođenje celih brojeva. Neka je ceo broj X zapisan u sistemu sa osnovom N, a treba ga predstaviti u sistemu sa osnovom M. Postupak prevođenja odgovara već opisanom postupku za dekadne brojeve, s tom razlikom što se deljenje osnovom M vrši u sistemu sa osnovom N.

i	0	1	2	...	p
X_i	X_0	X_1	X_2	...	X_p
y_i	y_0	y_1	y_2	...	y_p

$\leftarrow$ smer čitanja cifara

Prevođenje razlomljenih brojeva. Neka je X zadati razlomljen broj u sistemu sa osnovom N koji treba da se predstavi u sistemu sa osnovom M. Postupak prevođenja odgovara već opisanom postupku za dekadne brojeve, s tom razlikom što se množenje osnovom M vrši u sistemu sa osnovom N.

X	razlomljeni deo proizvoda	...
0	ceo deo proizvoda	...

Prevođenje mešovitih brojeva. Ceo i razlomljeni deo broja se pojedinačno prevode po prethodno opisanom postupku, a zatim se tako dobijeni prevodi spoje.

Primer 2. Izvršiti sledeća prevođenja bez međuprevođenja u dekadni sistem: (a) $(3220)_4 \rightarrow (\ldots)_3$, (b) $(3042)_5 \rightarrow (\ldots)_7$, (c) $(234)_5 \rightarrow (\ldots)_8$, (d) $(2301.32)_4 \rightarrow (\ldots)_6$.

Rešenje. (a) Operacije izvodimo u sistemu sa osnovom 4, koristeći niz uzastopnih brojeva tog sistema počevši od 1, kako bi se obuhvatili svi brojevi koji se javljaju u operacijama. Količnik i ostatak pri deljenju računaju se isključivo brojanjem duž zapisanog niza brojeva.

```
3220 : 3 = 1031   1031 : 3 = 121
3                  3
 22                13
 21                12
  10                11
   3                 3
   1 <- ostatak      2 <- ostatak

121 : 3 = 20       20 : 3 = 2
12                 12
  1 <- ostatak      2 <- ostatak
```

1	$\boxed{11}$	$\boxed{\mathbf{21}}$	31
2	$\boxed{\mathbf{12}}$	$\boxed{22}$	32
$\boxed{\mathbf{3}}$	$\boxed{13}$	23	33
$\boxed{10}$	$\boxed{20}$	30	100

Koliko se puta $(3)_4$ sadrži u $(22)_4$ računa se naizmeničnim brojanjem do $(3)_4$, redom, od $(1)_4$ do $(22)_4$ i pri tom se sračuna i ostatak. Od $(1)_4$ do $(22)_4$ može se izbrojati do $(3)_4$ tri puta uzastopno, čime se dolazi do broja $(21)_4$, pa je količnik $(3)_4$ a ostatak, tj. razlika $(22)_4 - (21)_4 = (1)_4$. Isti postupak se nastavi do kraja.

3220	1031	121	20	2	0
1	2	1	2	2	

$\Rightarrow (3220)_4 = (22121)_3$
provera: $(3220)_4 = 3 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 = (232)_{10}$
$(22121)_3 = 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = (232)_{10}$

(b) Računamo u sistemu sa osnovom 5.
Kako prilikom prevođenja treba da delimo sa 7 i kako je $7 > 5$, najpre 7 predstavimo u sistemu sa osnovom 5 kao $(7)_{10} = (12)_5$, a onda delimo brojem 12.

```
3042 : 12 = 211
24
 14
 12
  22
  12
  10 <- ostatak
```

```
211 : 12 = 13
12
 41
 41
  0
```

```
13 : 12 = 1
12
 1
```

1	11	$\boxed{21}$	31	$\boxed{\mathbf{41}}$
2	**12**	$\boxed{22}$	32	42
3	$\boxed{13}$	23	33	43
4	$\boxed{14}$	**24**	34	44
10	20	$\boxed{30}$	40	100

3042	211	13	1	0
10	0	1	1	

$\Rightarrow (3042)_5 = (1105)_7$ (primetiti da se prilikom čitanja ostataka iz tabele uzimaju njihove dekadne vrednosti, pa se tako umesto $(10)_5$ nalazi $(5)_{10} = (5)_7$)

(c) $(8)_{10} = (13)_5$, pa prilikom prevođenja delimo brojem 13.

```
234 : 13 = 13
13
104
 44
 10 <- ostatak
```

```
13 : 13 = 1
13
 0
```

1	11	21	**31**	41	101
2	12	22	32	42	102
3	$\boxed{\mathbf{13}}$	$\boxed{23}$	33	43	103
4	14	24	34	$\boxed{\mathbf{44}}$	$\boxed{104}$
10	20	30	40	100	110

234	13	1	0
10	0	1	

$\Rightarrow (234)_5 = (105)_8$.

(d) Račun izvodimo u sistemu sa osnovom 4.
Prevodimo ceo deo:
$(6)_{10} = (12)_4$ pa ćemo deliti brojem 12

```
2301 : 12 = 131
12
110
102
  21
  12
   3 <- ostatak
```

```
131 : 12 = 10
12
 11
 11 <- ostatak
```

1	$\boxed{11}$	$\boxed{21}$	31	101	111
2	**12**	22	32	**102**	112
3	$\boxed{13}$	$\boxed{23}$	33	103	113
10	20	**30**	100	$\boxed{110}$	**120**

2301	131	10	0
3	11	10	

smer čitanja: $\longleftarrow$

$\Rightarrow (2301)_4 = (453)_6$

Prevodimo razlomljeni deo:
I za množenje se koristi niz brojeva na sličan način kao za deljenje. Proizvod dva broja određuje se brojanjem potreban broj puta i očitavanjem rezultata iz niza.

```
0.32 * 12
-----------
 130
 32
-----------
1110 --> 11.10
```

```
0.1 * 12 = 1.2     0.2 * 12 = 3.0
```

1	$\boxed{11}$	21
2	$\boxed{\mathbf{12}}$	22
3	$\boxed{13}$	23
$\boxed{10}$	20	$\boxed{\mathbf{30}}$

0.32	0.1	0.2	0
0	11	1	3

smer čitanja: $\longrightarrow$

$\Rightarrow (0.32)_4 = (0.513)_6$
prevod zadatog broja je: $(2301.32)_4 = (453.513)_6$

4.3 Specijalni slučajevi prevođenja: osnove sistema su stepeni istog broja N ili je jedna stepen druge

Primer 3. Izvršiti sledeća prevođenja bez međuprevoda u dekadni sistem:
(a) $(AB6)_{16} \rightarrow (\ldots)_8$, (b) $(0.AB6)_{16} \rightarrow (\ldots)_8$.

Rešenje. Osnove oba sistema su stepeni broja dva pa se može koristiti međuprevod u binarni sistem.

Kako je $16 = 2^4$, svaku heksadekadnu cifru možemo predstaviti sa 4 binarne cifre (težine pozicija na 4 mesta su, redom $2^3 = 8$, $2^2 = 4$, $2^1 = 2$ i $2^0 = 1$):

```
 _ _ _ _    cifre u zapisu: {0,1}
 8 4 2 1    <-- tezine
```

Tablica 4-bitnih binarnih kodova heksadekadnih cifara:

0000 = 0	0100 = 4	1000 = 8	1100 = C
0001 = 1	0101 = 5	1001 = 9	1101 = D
0010 = 2	0110 = 6	1010 = A	1110 = E
0011 = 3	0111 = 7	1011 = B	1111 = F

Kako je $8 = 2^3$, svaku oktalnu cifru možemo predstaviti sa 3 binarne cifre (težine pozicija na 3 mesta su, redom $2^2 = 4$, $2^1 = 2$ i $2^0 = 1$):

```
   _ _ _    cifre u zapisu: {0,1}
   4 2 1    <-- tezine
```

Tablica 3-bitnih binarnih kodova oktalnih cifara:

000 = 0	010 = 2	100 = 4	110 = 6
001 = 1	011 = 3	101 = 5	111 = 7

(a) $(AB6)_{16} = (1010\ 1011\ 0110)_2 = (\underleftarrow{\overbrace{101}\ \overbrace{010}\ \overbrace{110}\ \overbrace{110}})_2 = (5266)_8$
grupisanje binarnih cifara se vrši zdesna ulevo - od pozicije najmanje težine ka poziciji najveće težine

(b) $(0.AB6)_{16} = (0.1010\ 1011\ 0110)_2 = (\underrightarrow{0.\ \overbrace{101}\ \overbrace{010}\ \overbrace{110}\ \overbrace{110}})_2 = (0.5266)_8$
grupisanje binarnih cifara se vrši sleva udesno - od pozicije najveće težine ka poziciji najmanje težine

Primer 4. Izvršiti sledeća prevođenja bez međuprevoda u dekadni sistem:
(a) $(32)_4 \rightarrow (\ldots)_8$, (b) $(0.32)_4 \rightarrow (\ldots)_8$.

Rešenje. Osnove oba sistema su stepeni broja dva pa se može koristiti međuprevod u binarni sistem.

(a) Kako je $4 = 2^2$, svaku cifru sistema sa osnovom 4 možemo predstaviti sa 2 binarne cifre (težine pozicija na 2 mesta su, redom $2^1 = 2$ i $2^0 = 1$):

```
 _ _    cifre u zapisu: {0,1}
 2 1    <-- tezine
```

$(32)_4 = (11\ 10)_2 = (001110)_2 = (\underleftarrow{\overbrace{001}\ \overbrace{110}})_2 = (16)_8$
dopisuje se potreban broj nula sa leve strane i grupisu se binarne cifre zdesna ulevo - od pozicije najmanje težine ka poziciji najveće težine

(b) $(0.32)_4 = (0.11\ 10)_2 = (0.111000)_2 = (\underrightarrow{0.\ \overbrace{111}\ \overbrace{000}})_2 = (0.70)_8 = (0.7)_8$
dopisuje se potreban broj nula sa desne strane i grupisu se binarne cifre sleva udesno - od pozicije najveće težine ka poziciji najmanje težine

Primer 5. Izvršiti sledeća prevođenja bez međuprevoda u dekadni sistem:
(a) $(32232)_4 \rightarrow (\ldots)_{16}$, (b) $(0.32232)_4 \rightarrow (\ldots)_{16}$.

Rešenje. Kako je $16 = 4^2$, vrši se direktno prevođenje. Svaka heksadekadna cifra može da se zapiše pomoću dve cifre sistema sa osnovom 4.

(a) $(32232)_4 = (03\ 22\ 32)_4 = (3AE)_{16}$
dopisuje se jedna nula sleva i grupišu se po dve cifre zdesna ulevo, kojima se potom pridružuju odgovarajuće heksadekadne cifre: $(03)_4 = (3)_{16}$, $(22)_4 = 2 \cdot 4 + 2 = (A)_{16}$, $(32)_4 = 3 \cdot 4 + 2 = (E)_{16}$.

(b) $(0.32232)_4 = (0.32\ 23\ 20)_4 = (0.EB8)_{16}$
dopisuje se jedna nula zdesna i grupisu se po dve cifre sleva udesno, kojima se potom pridružuju odgovarajuće heksadekadne cifre: $(32)_4 = 3 \cdot 4 + 2 = (E)_{16}$, $(23)_4 = 2 \cdot 4 + 3 = (B)_{16}$, $(20)_4 = 2 \cdot 4 = (8)_{16}$.

Primer 6. Izvršiti sledeća prevođenja bez međuprevođenja u dekadni sistem:

(a) $(37.56)_8 \to (\ldots)_4$

Osnove sistema su stepeni broja dva, pa možemo koristiti međuprevod u binarni sistem.

$(37.56)_8 = (011\ 111.101\ 110)_2 = (\overbrace{01}\ \overbrace{11}\ \overbrace{11}.\overbrace{10}\ \overbrace{11}\ \overbrace{10})_2 = (133.232)_4$
binarne cifre se grupišu od decimalne tačke ulevo i udesno

(b) $(D2.EA5)_{16} \to (\ldots)_2$
Kako je $16 = 2^4$, svaku cifru heksadekadnog sistema zapisujemo sa četiri cifre binarnog sistema:
$(D2.EA5)_{16} \to (1101|0010.1110|1010|0101)_2$

(c) $(C1.F1F92)_{16} \to (\ldots)_4$
Kako je $16 = 4^2$, svaku cifru heksadekadnog sistema zapisujemo sa dve cifre sistema sa osnovom 4:
$(C1.F1F92)_{16} \to (30|01.33|01|33|21|02)_4$

(d) $(275.364)_8 \to (\ldots)_2$
Kako je $8 = 2^3$, svaku cifru oktalnog sistema zapisujemo sa tri cifre binarnog sistema:
$(275.364)_8 \to (010|111|101.011|110|100)_2$

(e) $(10110001.0101101)_2 \to (\ldots)_8$
Kako je $8 = 2^3$, grupišemo po tri binarne cifre od decimalne tačke ulevo i udesno:
$(10110001.0101101)_2 \to (010|110|001.010|110|100)_2 \to (261.264)_8$

(f) $(101101.01)_2 \to (\ldots)_{16}$
Kako je $16 = 2^4$, grupišemo po četiri binarne cifre od decimalne tačke ulevo i udesno:
$(101101.01)_2 \to (0010|1101.0100)_2 \to (2D.4)_{16}$

(g) $(D4C9.A2)_{16} \to (\ldots)_8$
Kako su 16 i 8 stepeni broja 2, vrši se međuprevod u binarni sistem. Najpre se svaka cifra heksadekadnog sistema predstavi sa 4 cifre binarnog sistema, a zatim se u binarnom međuprevodu grupišu po tri cifre ulevo i udesno od decimalne tačke:
$(D4C9.A2)_{16} = (1101|0100|1100|1001.1010|0010)_2 =$
$(001|101|010|011|001|001.101|000|100)_2 = (152311.504)_8$

(h) $(3220)_4 \to (\ldots)_8$
$(3220)_4 = (11|10|10|00)_2 = (011|101|000)_2 = (350)_8$

(i) $(AB7F)_{16} \to (\ldots)_4$
$(AB7F)_{16} = (22|23|13|33)_4$

(j) $(832.41701)_9 \to (\ldots)_3$
$(832.41701)_9 = (22|10|02.11|01|21|00|01)_3$, jer je $3^2 = 9$, pa svaku cifru sistema sa osnovom 9 zapisujemo pomoću dve cifre sistema sa osnovom 3

Primer 7. Izvršiti sledeća prevođenja bez međuprevođenja u dekadni sistem:

(a) $(7134)_8 \to (\ldots)_{16}$, $(2147)_8 \to (\ldots)_{16}$ (*kolokvijum 2016, 1. zadatak*)
$(7134)_8 = (111\ 001\ 011\ 100)_2 = (1110\ 0101\ 1100)_2 = (E5C)_{16}$
$(2147)_8 = (010\ 001\ 100\ 111)_2 = (0100\ 0110\ 0111)_2 = (467)_{16}$

(b) $(CA9E)_{16} \to (\ldots)_8$, $(65743)_8 \to (\ldots)_{16}$ (*kolokvijum 2015, 1. zadatak*)
$(CA9E)_{16} = (1100\ 1010\ 1001\ 1110)_2 = (001\ 100\ 101\ 010\ 011\ 110)_2 = (145236)_8$
$(65743)_8 = (110\ 101\ 111\ 100\ 011)_2 = (0110\ 1011\ 1110\ 0011)_2 = (6BE3)_{16}$

(c) $(C9F)_{16} \to (\ldots)_8$, $(7436)_8 \to (\ldots)_{16}$
$(C9F)_{16} = (1100\ 1001\ 1111)_2 = (110\ 010\ 011\ 111)_2 = (6237)_8$
$(7436)_8 = (111\ 100\ 011\ 110)_2 = (1111\ 0001\ 1110)_2 = (F1E)_{16}$

5 Zadaci za vežbu

1. Izvršiti sledeća prevođenja u naznačene brojne sisteme:
(a) $(1011011.011)_{nb} = (\ldots)_{10}$
(b) $(938)_{10} = (\ldots)_{16}$
(c) $(C9F)_{16} = (\ldots)_8$, bez međuprevođenja u dekadni sistem

Rešenje: (a) $(1011011.011)_{nb} = 1\cdot(-2)^6 + 1\cdot(-2)^4 + 1\cdot(-2)^3 + 1\cdot(-2)^1 + 1\cdot(-2)^0 + 1\cdot(-2)^{-2} + 1\cdot(-2)^{-3} = 64 + 16 - 8 - 2 + 1 + 0.25 - 0.125 = 71.125$

(b) Traženi zapis broja je $(3AA)_{16}$, jer je:

938	58	3
10	10	3

(c) $(C9F)_{16} = (1100|1001|1111)_2 = (110|010|011|111)_8 = (6237)_8$

2. Izvršiti prevođenja sledećih brojeva u naznačene brojne sisteme:
(a) $(123303.102)_4 = (...)_{10}$;
(b) $(146.625)_{10} = (...)_2$;
(c) $(A174)_{27} = (...)_9$ bez međuprevoda u dekadni sistem (cifre od 0 do F u sistemu sa osnovom 27 se poklapaju sa oznakama u heksadekadnom sistemu);
(d) $(536)_7 = (...)_6$ bez ikakvog međuprevođenja.

Rešenje: (a) $(123303.102)_4 = 1\cdot 4^5 + 2\cdot 4^4 + 3\cdot 4^3 + 3\cdot 4^2 + 3\cdot 4^0 + 1\cdot 4^{-1} + 2\cdot 4^{-3} = 1024 + 512 + 192 + 48 + 3 + 0.25 + 0.03125 = (1779.28125)_{10}$.

(b) Prevođenja celog i razlomljenog dela su oblika:

146	73	36	18	9	4	2	1
0	1	0	0	1	0	0	1

0.625	0.25	0.5	0
0	1	0	1

Rešenje je $(10010010.101)_2$.

(c) Kako je $27 = 3^3$ i $9 = 3^2$, cifre sistema sa osnovom 27 mogu se predstaviti kao trocifreni brojevi u troičnom sistemu, a cifre sistema sa osnovom 9 kao dvocifreni brojevi u troičnom sistemu.

```
sistem sa osnovom 27:               sistem sa osnovom 9:

_ _ _   cifre u zapisu: {0,1,2}     _ _   cifre u zapisu: {0,1,2}
9 3 1   <-- tezine pozicija         3 1 <-- tezine pozicija
```

$(A174)_{27} = (101|001|021|011)_3 = (10|10|01|02|10|11)_3 = (331234)_9$, jer je:

$(A)_{27} = 9 + 1 = (101)_3$, $(1)_{27} = (001)_3$, $(7)_{27} = 2\cdot 3 + 1 = (021)_3$, $(4)_{27} = 3 + 1 = (011)_3$
$(10)_3 = (3)_9$, $(01)_3 = (1)_9$, $(02)_3 = (2)_9$, $(11)_3 = (4)_9$.

(d) Prvih $(60)_7$ brojeva u sistemu sa osnovom 7 su dati tablicom, kao i postupak deljenja:

```
536 : 6 = 63        63 : 6 = 10
51                  6
 26                  3
 24                  3 <- ostatak
  2 <- ostatak
```

1	11	21	31	41	**51**
2	12	22	32	**42**	52
3	13	23	**33**	43	$\boxed{53}$
4	14	**24**	34	44	54
5	**15**	25	35	45	55
6	16	$\boxed{26}$	36	46	56
$\boxed{10}$	20	30	40	50	**60**

Rešenje je $(1132)_6$, jer se prevođenje odvija na sledeći način:

536	63	10	1
2	3	1	1

3. Izvršiti direktna prevođenja sledećih celih brojeva u naznačene brojne sisteme (bez međuprevoda u dekadni sistem) (*kolokvijum 2013, 2. zadatak, grupa B*): (a) $(2212)_3 = (...)_2$;
(b) $(13032)_4 = (...)_9$.

Rešenje: (a) Prvih $(100)_3$ brojeva u troičnom sistemu su dati tablicom, kao i postupak deljenja:

```
2212 : 2 = 1102
 2
  12
  11
   1 <- ostatak
```

```
1102 : 2 = 201
11
   2
   0 <- ostatak
```

```
201 : 2 = 100
1
1 <- ostatak
```

```
100 : 2 = 11
2
10
 1 <- ostatak
```

1	$\boxed{\mathbf{11}}$	21
2	$\boxed{12}$	**22**
$\boxed{10}$	**20**	100

Prevođenje se odvija na sledeći način:

2212	1102	201	100	11	2	1
1	0	1	1	0	0	1

Rešenje je $(1001101)_2$.

(b) $(9)_{10} = (21)_4$, pa se deli sa $(21)_4$ u sistemu sa osnovom 4. Prvih $(200)_4$ brojeva u ovom sistemu su dati tablicom, kao i postupak deljenja:

```
13032 : 21 = 303
123
  132
  123
    3 <- ostatak
```

```
303 : 21 = 11
21
 33
 21
 12 <- ostatak
```

1	11	**21**	31	101	111	121	131
2	12	22	32	**102**	112	122	$\boxed{132}$
3	$\boxed{13}$	23	$\boxed{33}$	103	113	**123**	133
10	20	$\boxed{30}$	100	110	120	$\boxed{130}$	200

rešenje je $(563)_9$, jer se prevođenje odvija na sledeći način:

13032	303	11
3	12	11

4. Izvršiti sledeća prevođenja u naznačene brojne sisteme:
(a) $(1100001.001)_2 = (\ldots)_{10}$;
(b) $(2145)_{10} = (\ldots)_8$;
(c) $(A74C)_{16} = (\ldots)_8$ bez međuprevođenja u dekadni sistem;
(d) $(3123)_4 = (\ldots)_5$ bez ikakvog međuprevođenja.

Rešenje: (a) $(1100001.001)_2 = 2^6 + 2^5 + 2^0 + 2^{-3} = 64 + 32 + 1 + 0.125 = (97.125)_{10}$.

(b) Kako je $2145 : 16 = 134$ $(\underline{1})$, $134 : 16 = 8$ $(\underline{6})$ i $8 : 16 = 0$ $(\underline{8})$, rešenje je $(861)_8$.

(c) $(A74C)_{16} = (1010|0111|0100|1100)_2 = (001|010|011|101|001|100)_2 = (123514)_8$.

(d) $(5)_{10} = (11)_4$, pa se deli brojem $(11)_4$ u sistemu sa osnovom 4. Prvih $(110)_4$ brojeva u ovom sistemu su dati tablicom, kao i postupak deljenja:

```
3213 : 11 = 232
22
101
 33
  23
  22
   1 <- ostatak
```

```
232 : 11 = 21
22
 12
 11
  1 <- ostatak
```

```
21 : 11 = 1
11
10 <- ostatak
```

1	**11**	$\boxed{21}$	31	$\boxed{101}$
2	$\boxed{12}$	$\boxed{\mathbf{22}}$	$\boxed{32}$	102
3	13	$\boxed{23}$	**33**	103
10	20	30	100	110

rešenje je $(1411)_5$, jer se prevođenje odvija na sledeći način:

3213	232	21	1
1	1	10	1

5. Prevesti sledeće brojeve u sisteme sa navedenim osnovama:
(a) $(8AF.4D)_{16} \to (\ldots)_8$;
(b) $(221.3)_4 \to (\ldots)_{10} \to (\ldots)_3$;
(c) $(2102.2)_3 \to (\ldots)_4$ bez međuprevođenja u dekadni sistem;

Rešenje: (a) Kako su osnove oba sistema stepeni broja 2, broj $(8AF.4D)_{16}$ se najpre prevodi iz heksadekadnog u binarni sistem zapisivanjem svake heksadekadne cifre pomoću 4 bita:
$(8AF.4D)_{16} = (1000|1010|1111.0100|1101)_2$
Dobijeni binarni zapis broja prevodi se u oktalni sistem izdvajanjem grupa od po 3 binarne cifre u smeru levo i desno od decimalne tačke:
$(100010101111.01001101)_2 = (100|010|101|\underleftarrow{111}.\underrightarrow{010}|011|010)_8$
Traženi zapis broja u sistemu sa osnovom 8 je: $(4257.232)_8$

(b) Prevod broja $(221.3)_4$ u dekadni sistem: $(221.3)_4 = 2\cdot4^2+2\cdot4^1+1\cdot4^0+3\cdot4^{-1} = 32+8+1+0.75 = (41.75)_{10}$
Na osnovu tablica za prevod celog i razlomljenog dela broja, prevod broja $(41.75)_{10}$ u sistem sa osnovom 3 je: $(1112.\overline{20})_3$

41	13	4	1	0
2	1	1	1	

smer čitanja $\longleftarrow$

0.75	0.25	0.75
0	2	0

smer čitanja $\longrightarrow$

(c) Računa se u sistemu sa osnovom 3. Kako je $(4)_{10} = (11)_3$, deli se i množi brojem $(11)_3$.
Prevod celog dela:

```
2102 : 11 = 121
11
100
 22
  12
  11
   1 <- ostatak
```

```
121 : 11 = 11
11
 11
 11
  0 <- ostatak
```

```
11 : 11 = 1
 0
```

2102	121	11	1	0
1	0	0	1	

smer čitanja: $\longleftarrow$

1	$\boxed{\mathbf{11}}$	$\boxed{21}$	101
2	$\boxed{12}$	**22**	102
10	20	$\boxed{100}$	**110**

Prevod razlomljenog dela:

```
0.2 * 11 = 2.2
```

0.2	0.2	0.2
0	2	2

smer čitanja: $\longrightarrow$

Traženi prevod broja: $(1001.\overline{2})_4$