

# *Programiranje logičkih igara.*

Danijela Petrović

May 7, 2014

# *Uvod*

- Zasnovani su na Darwinovoj teoriji evolucije:

# *Uvod*

- Zasnovani su na Darwinovoj teoriji evolucije:
  - nasleđivanje

# *Uvod*

- Zasnovani su na Darwinovoj teoriji evolucije:
  - nasleđivanje
  - mutacija

# *Uvod*

- Zasnovani su na Darwinovoj teoriji evolucije:
  - nasleđivanje
  - mutacija
  - selekcija

# Uvod

- Zasnovani su na Darwinovoj teoriji evolucije:
  - nasleđivanje
  - mutacija
  - selekcija
  - ukrstanje

# Uvod

- Zasnovani su na Darwinovoj teoriji evolucije:
  - nasleđivanje
  - mutacija
  - selekcija
  - ukrstanje
- **Koriste se:** za nalaženje tačnog ili približnog rešenja pretrage ili optimizacije;

# Uvod

- Zasnovani su na Darwinovoj teoriji evolucije:
  - nasleđivanje
  - mutacija
  - selekcija
  - ukrstanje
- **Koriste se:** za nalaženje tačnog ili približnog rešenja pretrage ili optimizacije;
- Popularni su zbog jednostavnosti i uspešnosti

# Uvod

- Zasnovani su na Darwinovoj teoriji evolucije:
  - nasleđivanje
  - mutacija
  - selekcija
  - ukrstanje
- **Koriste se:** za nalaženje tačnog ili približnog rešenja pretrage ili optimizacije;
- Popularni su zbog jednostavnosti i uspešnosti
- Nalaze ekstremume, ali ne postoji garancija da li je u pitanju lokalni ekstremum i sa kolikom greškom je nađeno rešenje

## *Osnovni genetski algoritmi*

- Treba da se postupno približavamo rešenju

## Osnovni genetski algoritmi

- Treba da se postupno približavamo rešenju
- Jedinke su reprezentovane nulama i jedinicama

## Osnovni genetski algoritmi

- Treba da se postupno približavamo rešenju
- Jedinke su reprezentovane nulama i jedinicama
- Postupak se odvija kroz generacije

## Osnovni genetski algoritmi

- Treba da se postupno približavamo rešenju
- Jedinke su reprezentovane nulama i jedinicama
- Postupak se odvija kroz generacije
- **Početna generacija:** slučajno generisan skup jedinki ili dobijen korišćenjem neke druge metode optimizacije

## Osnovni genetski algoritmi

- Treba da se postupno približavamo rešenju
- Jedinke su reprezentovane nulama i jedinicama
- Postupak se odvija kroz generacije
- **Početna generacija:** slučajno generisan skup jedinki ili dobijen korišćenjem neke druge metode optimizacije
- **Funkcija cilja** (funkcija prilagođenosti, kvaliteta) – za svaku jedinku računa njen kvalitet

## Osnovni genetski algoritmi

- Treba da se postupno približavamo rešenju
- Jedinke su reprezentovane nulama i jedinicama
- Postupak se odvija kroz generacije
- **Početna generacija:** slučajno generisan skup jedinki ili dobijen korišćenjem neke druge metode optimizacije
- **Funkcija cilja** (funkcija prilagođenosti, kvaliteta) – za svaku jedinku računa njen kvalitet
- **Selekcija** – iz jedne generacije se biraju jednike koje će biti prenete u novu generaciju i iskorišćene za pravljenje novih jedinki

## Osnovni genetski algoritmi

- Treba da se postupno približavamo rešenju
- Jedinke su reprezentovane nulama i jedinicama
- Postupak se odvija kroz generacije
- **Početna generacija:** slučajno generisan skup jedinki ili dobijen korišćenjem neke druge metode optimizacije
- **Funkcija cilja** (funkcija prilagođenosti, kvaliteta) – za svaku jedinku računa njen kvalitet
- **Selekcija** – iz jedne generacije se biraju jednike koje će biti prenete u novu generaciju i iskorišćene za pravljenje novih jedinki
- **Ukrštanje, Mutacija** – primenjuje se nad izabranim jedinkama da bi se doobile nove jedinke

## Osnovni genetski algoritmi

- Treba da se postupno približavamo rešenju
- Jedinke su reprezentovane nulama i jedinicama
- Postupak se odvija kroz generacije
- **Početna generacija:** slučajno generisan skup jedinki ili dobijen korišćenjem neke druge metode optimizacije
- **Funkcija cilja** (funkcija prilagođenosti, kvaliteta) – za svaku jedinku računa njen kvalitet
- **Selekcija** – iz jedne generacije se biraju jednike koje će biti prenete u novu generaciju i iskorišćene za pravljenje novih jedinki
- **Ukrštanje, Mutacija** – primenjuje se nad izabranim jedinkama da bi se dobole nove jedinke
- Neke jedinke će biti bolje, a neke gore, ali se prosečan kvalitet poopravlja

## Osnovni genetski algoritmi

- Treba da se postupno približavamo rešenju
- Jedinke su reprezentovane nulama i jedinicama
- Postupak se odvija kroz generacije
- **Početna generacija:** slučajno generisan skup jedinki ili dobijen korišćenjem neke druge metode optimizacije
- **Funkcija cilja** (funkcija prilagođenosti, kvaliteta) – za svaku jedinku računa njen kvalitet
- **Selekcija** – iz jedne generacije se biraju jednike koje će biti prenete u novu generaciju i iskorišćene za pravljenje novih jedinki
- **Ukrštanje, Mutacija** – primenjuje se nad izabranim jedinkama da bi se dobole nove jedinke
- Neke jedinke će biti bolje, a neke gore, ali se prosečan kvalitet popravlja
- **Zaustavljanje:** dostignut zadati kvalitet ili dostignut zadati broj generacija ...

## *Reprezentacija jedinki*

- Da bude takva da je moguće lako primeti sve segmente algoritma

## Reprezentacija jedinki

- Da bude takva da je moguće lako primeti sve segmente algoritma
- **Binarna reprezentacija**

## Reprezentacija jedinki

- Da bude takva da je moguće lako primeti sve segmente algoritma
- **Binarna reprezentacija**
- $n$  – broj bitova (dužina hromozoma)

## Reprezentacija jedinki

- Da bude takva da je moguće lako primeti sve segmente algoritma
- **Binarna reprezentacija**
- $n$  – broj bitova (dužina hromozoma)
- $[a, b]$  – interval kome rešenja pripadaju

# Reprezentacija jedinki

- Da bude takva da je moguće lako primeti sve segmente algoritma

- **Binarna reprezentacija**

- $n$  – broj bitova (dužina hromozoma)
- $[a, b]$  – interval kome rešenja pripadaju
- binarnom broju  $x = 1100\dots001110101$  koji ima  $n$  bita odgovara broj

$$a + \frac{x}{2^n - 1} \cdot (b - a)$$

# Reprezentacija jedinki

- Da bude takva da je moguće lako primeti sve segmente algoritma

- **Binarna reprezentacija**

- $n$  – broj bitova (dužina hromozoma)
- $[a, b]$  – interval kome rešenja pripadaju
- binarnom broju  $x = 1100\dots001110101$  koji ima  $n$  bita odgovara broj

$$a + \frac{x}{2^n - 1} \cdot (x - a)$$

- a realnom broju  $x \in [a, b]$  odgovara binarni broj

$$\left[ \frac{x - a}{b - a} \cdot (2^n - 1) \right]$$

# *Funkcija prilagođenosti*

- Ocena kvaliteta jedinke

# *Funkcija prilagođenosti*

- Ocena kvaliteta jedinke
- Izuzetno važna za efikasnost algoritma

# Selekcija

- Nekada se jedinke biraju *slučajno*

# Selekcija

- Nekada se jedinke biraju *slučajno*
- Nekada se biraju sa nekom *verovatnoćom*

# Selekcija

- Nekada se jedinke biraju *slučajno*
- Nekada se biraju sa nekom *verovatnoćom*
- Najpopularnije strategije selekciju su: **turnirska i ruletska**

# Selekcija

- Nekada se jedinke biraju *slučajno*
- Nekada se biraju sa nekom *verovatnoćom*
- Najpopularnije strategije selekciju su: **turnirska** i **ruletska**
- Nekada se može desiti da se izgubi neka kvalitetna jedinka.  
*Elitizam* je varijacija procesa selekcije tako da se čuvaju najbolje jedinke.

## Ruletska selekcija

- Ruletska selekcija je proces selekcije u kojem veće sanse da učestvuju u reprodukciji imaju *prilagodenje jedinke*.

# Ruletska selekcija

- Ruletska selekcija je proces selekcije u kojem veće sanse da učestvuju u reprodukciji imaju *prilagođenje jedinke*.
- $f(i)$  – funkcija prilagođenosti za i-tu jedinku.  $N$  – broj jedinki. Verovatnoća izbora je

$$p_i = \frac{f(i)}{\sum_j^N f(j)}$$

# Ruletska selekcija

- Ruletska selekcija je proces selekcije u kojem veće sanse da učestvuju u reprodukciji imaju *prilagođenje jedinke*.
- $f(i)$  – funkcija prilagođenosti za i-tu jedinku.  $N$  – broj jedinki. Verovatnoća izbora je

$$p_i = \frac{f(i)}{\sum_j^N f(j)}$$

- funkcija prilagođenosti mora biti *pozitivna* (ili transformisana u neku pozitivnu)

# Ruletska selekcija

- Ruletska selekcija je proces selekcije u kojem veće sanse da učestvuju u reprodukciji imaju *prilagođenje jedinke*.
- $f(i)$  – funkcija prilagođenosti za i-tu jedinku.  $N$  – broj jedinki. Verovatnoća izbora je

$$p_i = \frac{f(i)}{\sum_j^N f(j)}$$

- funkcija prilagođenosti mora biti *pozitivna* (ili transformisana u neku pozitivnu)
- Može se desiti da se neka jedinka bira više puta

## Turnirska selekcija

- $k$  – veličnina turnira;  $p$  – verovatnoća

## Turnirska selekcija

- $k$  – veličnina turnira;  $p$  – verovatnoća
- Bira se  $k$  jedinki iz populacije i sortira po vrednosti funkcije prilagođenosti

# Turnirska selekcija

- $k$  – veličnina turnira;  $p$  – verovatnoća
- Bira se  $k$  jedinki iz populacije i sortira po vrednosti funkcije prilagođenosti
- $i$ -ta jedinka u sortiranom nizu bira se sa verovatnoćom  $p(1 - p)^{i-1}$

# Turnirska selekcija

- $k$  – veličina turnira;  $p$  – verovatnoća
- Bira se  $k$  jedinki iz populacije i sortira po vrednosti funkcije prilagođenosti
- $i$ -ta jedinka u sortiranom nizu bira se sa verovatnoćom  $p(1 - p)^{i-1}$
- što je veća veličina turnira, veće su šanse da će lošije jedinke biti izabrane

# Turnirska selekcija

- $k$  – veličina turnira;  $p$  – verovatnoća
- Bira se  $k$  jedinki iz populacije i sortira po vrednosti funkcije prilagođenosti
- $i$ -ta jedinka u sortiranom nizu bira se sa verovatnoćom  $p(1 - p)^{i-1}$
- što je veća veličina turnira, veće su šanse da će lošije jedinke biti izabrane
- ako je  $p = 1$  bira se najbolja jedinka u turniru

# Turnirska selekcija

- $k$  – veličina turnira;  $p$  – verovatnoća
- Bira se  $k$  jedinki iz populacije i sortira po vrednosti funkcije prilagođenosti
- $i$ -ta jedinka u sortiranom nizu bira se sa verovatnoćom  $p(1 - p)^{i-1}$
- što je veća veličina turnira, veće su šanse da će lošije jedinke biti izabrane
- ako je  $p = 1$  bira se najbolja jedinka u turniru
- Efikasno se implementira na *paralelnim arhitekturama*

# Ukrštanje

- Učestvuju dve jedinke – *roditelji*

# Ukrštanje

- Učestvuju dve jedinke – *roditelji*
- izabire se *tačka prekida*

**Primer:** neka je tačka prekida 3

001 10110101 – prvi roditelj

011 11000010 – drugi roditelj

001 11000010 – dete1

011 10110101 – dete2

# Ukrštanje

- Učestvuju dve jedinke – *roditelji*
- izabire se *tačka prekida*

**Primer:** neka je tačka prekida 3

001 10110101 – prvi roditelj

011 11000010 – drugi roditelj

001 11000010 – dete1

011 10110101 – dete2

- Može biti ukrštanja i sa *više tačaka prekida*.

# Ukrštanje

- **Uniformno ukrštanje** – Svaki bit prvog roditelja se uzima sa verovatnoćom  $p$ , a Svaki bit drugog roditelja se uzima sa verovatnoćom  $1 - p$ .

# Ukrštanje

- **Uniformno ukrštanje** – Svaki bit prvog roditelja se uzima sa verovatnoćom  $p$ , a Svaki bit drugog roditelja se uzima sa verovatnoćom  $1 - p$ .
- **Poliuniformno ukrštanje** –  $\frac{\text{broj\_razlicitih\_bitova\_kod\_roditelja}}{2}$  - broj bitova koji se prenose na decu

# Mutacija

- Menja jedan ili više slučajno odabralih gena

# Mutacija

- Menja jedan ili više slučajno odabralih gena
- Verovatnoća mutacije je obično između 0.01 i 0.001

# Mutacija

- Menja jedan ili više slučajno odabralih gena
- Verovatnoća mutacije je obično između 0.01 i 0.001
- Sprečava jedinke suviše slične.

**Primer:** ukoliko u jednoj generaciji sve jedinke imaju istu vrednost jednog gena, onda taj gen samo ukrštanjem nikada ne bi mogao da se promeni.

# Mutacija

- Menja jedan ili više slučajno odabralih gena
- Verovatnoća mutacije je obično između 0.01 i 0.001
- Sprečava jedinke suviše slične.

**Primer:** ukoliko u jednoj generaciji sve jedinke imaju istu vrednost jednog gena, onda taj gen samo ukrštanjem nikada ne bi mogao da se promeni.

- Omogućavaju razmatranje novih delova prostora pretrage.

# Mutacija

- Menja jedan ili više slučajno odabralih gena
- Verovatnoća mutacije je obično između 0.01 i 0.001
- Sprečava jedinke suviše slične.

**Primer:** ukoliko u jednoj generaciji sve jedinke imaju istu vrednost jednog gena, onda taj gen samo ukrštanjem nikada ne bi mogao da se promeni.

- Omogućavaju razmatranje novih delova prostora pretrage.
- verovatnoća == 1* – algoritam slučajne pretrage.

# Mutacija

- Menja jedan ili više slučajno odabralih gena
- Verovatnoća mutacije je obično između 0.01 i 0.001
- Sprečava jedinke suviše slične.

**Primer:** ukoliko u jednoj generaciji sve jedinke imaju istu vrednost jednog gena, onda taj gen samo ukrštanjem nikada ne bi mogao da se promeni.

- Omogućavaju razmatranje novih delova prostora pretrage.
- verovatnoća == 1* – algoritam slučajne pretrage.
- verovatnoća == 0* – algoritam će verovatno brzo dospeti do nekog lokalnog ekstremuma

## Zaustavljanje

- Pronađeno je rešenje koje zadovoljava unapred zadate (minimalne) kriterijume.

## Zaustavljanje

- Pronađeno je rešenje koje zadovoljava unapred zadate (minimalne) kriterijume.
- Dostignut je zadati broj generacija.

## Zaustavljanje

- Pronađeno je rešenje koje zadovoljava unapred zadate (minimalne) kriterijume.
- Dostignut je zadati broj generacija.
- Funkcija prilagođenosti je upotrebljena zadati broj puta.

## Zaustavljanje

- Pronađeno je rešenje koje zadovoljava unapred zadate (minimalne) kriterijume.
- Dostignut je zadati broj generacija.
- Funkcija prilagođenosti je upotrebljena zadati broj puta.
- Vrednost prilagođenosti najboljih jedinki se u nekoliko generacija ne popravlja.

## Zaustavljanje

- Pronađeno je rešenje koje zadovoljava unapred zadate (minimalne) kriterijume.
- Dostignut je zadati broj generacija.
- Funkcija prilagođenosti je upotrebljena zadati broj puta.
- Vrednost prilagođenosti najboljih jedinki se u nekoliko generacija ne popravlja.
- Kombinacija nekoliko uslova.

## *Primer:*

- Vožnja automobila po stazi sa preprekama

## *Primer:*

- Vožnja automobila po stazi sa preprekama
- napred, levo, desno

## Primer:

- Vožnja automobila po stazi sa preprekama
- napred, levo, desno
- senzor za brzinu – *sporo* i *brzo*

## Primer:

- Vožnja automobila po stazi sa preprekama
- napred, levo, desno
- senzor za brzinu – *sporo* i *brzo*
- senzor za prepreke – *levo, desno, jedno polje napred* i *dva polja napred*

## Primer:

- Vožnja automobila po stazi sa preprekama
- napred, levo, desno
- senzor za brzinu – *sporo* i *brzo*
- senzor za prepreke – *levo, desno, jedno polje napred* i *dva polja napred*
- može da skreće samo ako se kreće sporo

## Primer:

- Vožnja automobila po stazi sa preprekama
- napred, levo, desno
- senzor za brzinu – *sporo* i *brzo*
- senzor za prepreke – *levo, desno, jedno polje napred* i *dva polja napred*
- može da skreće samo ako se kreće sporo
- nema slepih krakova i grananja

## Primer:

- Vožnja automobila po stazi sa preprekama
- napred, levo, desno
- senzor za brzinu – *sporo* i *brzo*
- senzor za prepreke – *levo, desno, jedno polje napred* i *dva polja napred*
- može da skreće samo ako se kreće sporo
- nema slepih krakova i grananja
- Poželjno: da ubrza kada su dva polja ispred slobodna, a da uspori kada nisu (i kada treba da skrene)

## Primer:

Reprezentacija podataka:

- Razlikujemo *5 stanja* i *5 akcija*

## Primer:

Reprezentacija podataka:

- Razlikujemo *5 stanja* i *5 akcija*
- Akcije:

## Primer:

Reprezentacija podataka:

- Razlikujemo *5 stanja* i *5 akcija*
- Akcije:  
*0* – ne radi ništa

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Razlikujemo *5 stanja* i *5 akcija*
- Akcije:

*0* – ne radi ništa

*1* – uspori

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Razlikujemo *5 stanja* i *5 akcija*
- Akcije:

*0* – ne radi ništa

*1* – uspori

*2* – ubrzati

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Razlikujemo *5 stanja* i *5 akcija*
- Akcije:

*0* – ne radi ništa

*1* – uspori

*2* – ubrzati

*3* – skrenuti levo

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Razlikujemo *5 stanja* i *5 akcija*
- Akcije:

*0* – ne radi ništa

*1* – uspori

*2* – ubrzati

*3* – skrenuti levo

*4* – skrenuti desno

# *Primer:*

**Reprezentacija podataka:**

- Stanja:

## *Primer:*

### **Reprezentacija podataka:**

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

*polje ispred* – slobodno, prepreka

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

*polje ispred* – slobodno, prepreka

*dva polja ispred* – slobodno, prepreka

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

*polje ispred* – slobodno, prepreka

*dva polja ispred* – slobodno, prepreka

*polje levo* – slobodno, prepreka

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

*polje ispred* – slobodno, prepreka

*dva polja ispred* – slobodno, prepreka

*polje levo* – slobodno, prepreka

*polje desno* – slobodno, prepreka

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

*polje ispred* – slobodno, prepreka

*dva polja ispred* – slobodno, prepreka

*polje levo* – slobodno, prepreka

*polje desno* – slobodno, prepreka

- Za svako stanje imamo 2 mogućnosti –  $2^5 = 32$  ukupan broj stanja

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

*polje ispred* – slobodno, prepreka

*dva polja ispred* – slobodno, prepreka

*polje levo* – slobodno, prepreka

*polje desno* – slobodno, prepreka

- Za svako stanje imamo 2 mogućnosti –  $2^5 = 32$  ukupan broj stanja
- Imaćemo hromozom koji ima 32 polja i na svakom polju ima neku vrednost sa intervala 0-4

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

*polje ispred* – slobodno, prepreka

*dva polja ispred* – slobodno, prepreka

*polje levo* – slobodno, prepreka

*polje desno* – slobodno, prepreka

- Za svako stanje imamo 2 mogućnosti –  $2^5 = 32$  ukupan broj stanja
- Imaćemo hromozom koji ima 32 polja i na svakom polju ima neku vrednost sa intervala 0-4
- Polje označava stanje, a vrednost, akciju u tom stanju

## Primer:

### Reprezentacija podataka:

- Stanja:

*brzina* – sporo, brzo

*polje ispred* – slobodno, prepreka

*dva polja ispred* – slobodno, prepreka

*polje levo* – slobodno, prepreka

*polje desno* – slobodno, prepreka

- Za svako stanje imamo 2 mogućnosti –  $2^5 = 32$  ukupan broj stanja

- Imaćemo hromozom koji ima 32 polja i na svakom polju ima neku vrednost sa intervala 0-4

- Polje označava stanje, a vrednost, akciju u tom stanju

- $(10011)_2 = 19$  *hromozom[19] = 2*

**stanje:** brzo + prepreka levo + prepreka desno + slobodno napred + slobodno dva napred

**akcija:** ubrzati

Primer:

- **Ukrštanje:** jedna tačka prekida

## Primer:

- **Ukrštanje:** jedna tačka prekida
- **Mutacija:** Sa malom verovatnoćom menjamo svaku poziciju, svakog hromozoma

## Primer:

- **Ukrštanje:** jedna tačka prekida
- **Mutacija:** Sa malom verovatnoćom menjamo svaku poziciju, svakog hromozoma
- **Selekcija:** Ruletska

## *Primer:*

### **Funkcija prilagođenosti:**

- Koristeći dati hromozom, pokušaćemo da prođemo trku

## Primer:

### Funkcija prilagođenosti:

- Koristeći dati hromozom, pokušaćemo da prođemo trku
- Prelazak polja brzo nosi 2 poena

## Primer:

### Funkcija prilagođenosti:

- Koristeći dati hromozom, pokušaćemo da prođemo trku
- Prelazak polja brzo nosi 2 poena
- Prelazak polja sporo nosi 1 poen

## Primer:

### Funkcija prilagođenosti:

- Koristeći dati hromozom, pokušaćemo da prođemo trku
- Prelazak polja brzo nosi 2 poena
- Prelazak polja sporo nosi 1 poen
- Favorizujemo one koji su završili trku – na trenutan zbir dodaje se zbir svih polja