Uvod.
Iskazna logika.
DPLL.
Kodiranja.

Danijela Petrović

March 10, 2015

DPLL

- Dejvis–Patnam–Logman–Lovelandova

DPLL

- Dejvis–Patnam–Logman–Lovelandova
- Primenjuje je na iskazne formule u *konjuktivnoj normanoj formi*

DPLL

- Dejvis–Patnam–Logman–Lovelandova
- Primenjuje je na iskazne formule u *konjuktivnoj normanoj formi*
- Nije bitan poredak klauza i literala, pa se iskazna formula može posmatrati kao *skup*.

DPLL

- Dejvis–Patnam–Logman–Lovelandova
- Primenjuje je na iskazne formule u *konjuktivnoj normanoj formi*
- Nije bitan poredak klauza i literala, pa se iskazna formula može posmatrati kao *skup*.
- *Prazna formula* (prazan skup klauza) je **zadovoljiv**.

DPLL

- Dejvis–Patnam–Logman–Lovelandova
- Primenjuje je na iskazne formule u *konjuktivnoj normanoj formi*
- Nije bitan poredak klauza i literala, pa se iskazna formula može posmatrati kao *skup*.
- *Prazna formula* (prazan skup klauza) je **zadovoljiv**.
- *Prazna klauza* (klauza koja ne sadrži nijedan literal) je **nezadovoljiva**.
  Iskazna formula koja sadrži **praznu klauzu** je **nezadovoljiva**.

DPLL

ulaz: D – multiskup klauza ($D = C_1, C_2, \ldots, C_n$)

Npr. za $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$
$D = \{\{p, q\}, \{p, \neg q\}\}$ izlaz: DA ili NE

1. Ako je D prazan vrati DA.

DPLL

ulaz: D – multiskup klauza ($D = C_1, C_2, \ldots, C_n$)

Npr. za $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$
$D = \{\{p, q\}, \{p, \neg q\}\}$ izlaz: DA ili NE

1. Ako je D prazan vrati DA.
2. Zameni sve literale $\neg\bot$ sa $\top$ i zameni sve literale $\neg\top$ sa $\bot$.

   Npr. $(p \vee \neg\top) \wedge (\neg\bot)$ zamenjujemo sa
   $(p \vee \bot) \wedge \top$

DPLL

3. Obriši sve literale jednake $\perp$.

   Npr. $(p \vee \perp) \wedge (q \vee r \vee \perp) \wedge \perp$
   $p \wedge (q \vee r) \wedge \Box$

4. Ako D sadrži praznu klauzu, vrati NE.

DPLL

5. Ako neka klauza C_i sadrži $\top$ ili sadrži i neki literal i njegovu negaciju, vrati vrednost koju vraća DPLL$(D \backslash C_i)$ (*tautology*).

   Npr. $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q \vee \top) \wedge (p \vee q \vee \neg p) \wedge (r \vee \neg q)$
   $(p \vee q) \wedge (r \vee \neg q)$

DPLL

6. Ako je neka klauza jedinična i jednaka nekom iskaznom slovu p, onda vrati vrednost koju vraća DPLL($D[p \to \top]$); ako je neka klauza jedinična i jednaka $\neg p$, gde je p neko iskazno slovo, onda vrati vrednost koju vraća DPLL($D[p \to \bot]$) (*unit propagation*).

   Primer 1. $(p \vee q) \wedge p \wedge (r \vee \neg p)$
   $(\top \vee q) \wedge \top \wedge (r \vee \neg \top)$

   Primer 2. $(p \vee q) \wedge \neg p \wedge (r \vee \neg p)$
   $(\bot \vee q) \wedge \neg \bot \wedge (r \vee \neg \bot)$

   Može se desiti da ima više izbora, tj. više različitih jediničnih klauza. Iako izbor klauze ne utiče na tačnost, svakako utiče na efikasnost.

DPLL

7. Ako D sadrži literal p, a ne i $\neg p$, onda vrati vrednost koju vraća DPLL($D[p \to \top]$);
ako D sadrži literal $\neg p$, a ne i literal p, onda vrati vrednost koju vraća DPLL(D[$\neg p \to \top$]) (*pure literal*).

Primer 1. $(q \vee r) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r)$
$(q \vee r) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg r)$

Primer 2. $(q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r)$
$(q \vee r) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg r)$

Može se desiti da ima više izbora, tj. više različitih literala kod kojih važi pravilo. Iako izbor klauze ne utiče na tačnost, svakako utiče na efikasnost.

DPLL

8. Ako DPLL($D[p \to \top]$) vraća DA, onda vrati DA; inače vrati vrednost koju vraća DPLL($D[p \to \bot]$) (gde je p jedno od iskaznih slova koje se javljaju u D) (*split*).

   Npr. $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg r \vee \neg q)$

   Može se desiti da ima više izbora. Ovde smo mogli bilo koje iskazno slovo da uzmemo (p, q ili r). Iako izbor klauze ne utiče na tačnost, svakako utiče na efikasnost.

DPLL

Korektnost DPLL

Za svaku iskaznu formulu DPLL procedura se zaustavlja i vraća odgovor DA ako i samo ako je polazna formula zadovoljiva.

- Eksponencijalne složenosti ($O(2^N)$), pri čemu je N broj različitih literala

DPLL

Korektnost DPLL

Za svaku iskaznu formulu DPLL procedura se zaustavlja i vraća odgovor DA ako i samo ako je polazna formula zadovoljiva.

- Eksponencijalne složenosti ($O(2^N)$), pri čemu je N broj različitih literala
- Izbor iskaznog slova u *split* pravilu je važan.

DPLL

Korektnost DPLL

Za svaku iskaznu formulu DPLL procedura se zaustavlja i vraća odgovor DA ako i samo ako je polazna formula zadovoljiva.

- Eksponencijalne složenosti ($O(2^N)$), pri čemu je N broj različitih literala
- Izbor iskaznog slova u *split* pravilu je važan.
- Formula je *tautologija* ako i samo ako njena negacija nije zadovoljiva.

DPLL

Korektnost DPLL

Za svaku iskaznu formulu DPLL procedura se zaustavlja i vraća odgovor DA ako i samo ako je polazna formula zadovoljiva.

- Eksponencijalne složenosti ($O(2^N)$), pri čemu je N broj različitih literala
- Izbor iskaznog slova u *split* pravilu je važan.
- Formula je *tautologija* ako i samo ako njena negacija nije zadovoljiva.
- Formula je *kontadikcija* ako i samo ako ona nije zadovoljiva.

DPLL

Korektnost DPLL

Za svaku iskaznu formulu DPLL procedura se zaustavlja i vraća odgovor DA ako i samo ako je polazna formula zadovoljiva.

- Eksponencijalne složenosti ($O(2^N)$), pri čemu je N broj različitih literala
- Izbor iskaznog slova u *split* pravilu je važan.
- Formula je *tautologija* ako i samo ako njena negacija nije zadovoljiva.
- Formula je *kontadikcija* ako i samo ako ona nije zadovoljiva.
- Formula je *poreciva* ako i samo ako je njena negacija zadovoljiva.

Zadatak 1

Zadatak 1

Pomoću DPLL algoritma proveriti da li je formula valjana.

$$((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \Rightarrow (p \wedge q)$$

Provera da li je *valjana* – proveravamo da li je *negacija formule* **nezadovoljiva**. Tj. ako ne postoji valuacija koja zadovoljava negaciju formule, onda je formula tačna u svakoj valuaciji, odnosno, formula je tautologija.

Zadatak 1

- $\neg(((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \Rightarrow (p \wedge q))$

Zadatak 1

- $\neg(((p \lor q) \land (\neg p \lor q) \land (p \lor \neg q)) \Rightarrow (p \land q))$
- $\neg(\neg((p \lor q) \land (\neg p \lor q) \land (p \lor \neg q)) \lor (p \land q))$

Zadatak 1

- $\neg(((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \Rightarrow (p \wedge q))$
- $\neg(\neg((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \vee (p \wedge q))$
- $((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \wedge \neg(p \wedge q))$

Zadatak 1

- $\neg(((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \Rightarrow (p \wedge q))$
- $\neg(\neg((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \vee (p \wedge q))$
- $((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \wedge \neg(p \wedge q))$
- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

Zadatak 1

- $(p \lor q) \land (\neg p \lor q) \land (p \lor \neg q) \land (\neg p \lor \neg q)$
- split: $D[p \to \top]$
  $(\top \lor q) \land (\neg \top \lor q) \land (\top \lor \neg q) \land (\neg \top \lor \neg q)$

Zadatak 1

- $(p \lor q) \land (\neg p \lor q) \land (p \lor \neg q) \land (\neg p \lor \neg q)$
- split: $D[p \to \top]$
  $(\top \lor q) \land (\neg\top \lor q) \land (\top \lor \neg q) \land (\neg\top \lor \neg q)$
- $\neg\bot \to \top$
  $(\top \lor q) \land (\bot \lor q) \land (\top \lor \neg q) \land (\bot \lor \neg q)$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \rightarrow \top]$
  $(\top \vee q) \wedge (\neg \top \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\neg \top \vee \neg q)$
- $\neg \bot \rightarrow \top$
  $(\top \vee q) \wedge (\bot \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\bot \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee q) \wedge q \wedge (\top \vee \neg q) \wedge \neg q$

Zadatak 1

- $(p \lor q) \land (\neg p \lor q) \land (p \lor \neg q) \land (\neg p \lor \neg q)$
- split: $D[p \to \top]$
  $(\top \lor q) \land (\neg\top \lor q) \land (\top \lor \neg q) \land (\neg\top \lor \neg q)$
- $\neg\bot \to \top$
  $(\top \lor q) \land (\bot \lor q) \land (\top \lor \neg q) \land (\bot \lor \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \lor q) \land q \land (\top \lor \neg q) \land \neg q$
- tautology : $q \land \neg q$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \rightarrow \top]$
  $(\top \vee q) \wedge (\neg\top \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\neg\top \vee \neg q)$
- $\neg\bot \rightarrow \top$
  $(\top \vee q) \wedge (\bot \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\bot \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee q) \wedge q \wedge (\top \vee \neg q) \wedge \neg q$
- tautology : $q \wedge \neg q$
- unit propagation $D[q \rightarrow \top]$
  $\top \wedge \neg\top$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \top]$
  $(\top \vee q) \wedge (\neg\top \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\neg\top \vee \neg q)$
- $\neg\bot \to \top$
  $(\top \vee q) \wedge (\bot \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\bot \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee q) \wedge q \wedge (\top \vee \neg q) \wedge \neg q$
- tautology : $q \wedge \neg q$
- unit propagation $D[q \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$
- zamenjujemo $\neg\bot \to \top$
  $\top \wedge \bot$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \top]$
  $(\top \vee q) \wedge (\neg\top \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\neg\top \vee \neg q)$
- $\neg\bot \to \top$
  $(\top \vee q) \wedge (\bot \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\bot \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee q) \wedge q \wedge (\top \vee \neg q) \wedge \neg q$
- tautology : $q \wedge \neg q$
- unit propagation $D[q \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$
- zamenjujemo $\neg\bot \to \top$
  $\top \wedge \bot$
- izbacujemo $\bot$
  $\top \wedge \square$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \top]$
  $(\top \vee q) \wedge (\neg \top \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\neg \top \vee \neg q)$
- $\neg \bot \to \top$
  $(\top \vee q) \wedge (\bot \vee q) \wedge (\top \vee \neg q) \wedge (\bot \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee q) \wedge q \wedge (\top \vee \neg q) \wedge \neg q$
- tautology : $q \wedge \neg q$
- unit propagation $D[q \to \top]$
  $\top \wedge \neg \top$
- zamenjujemo $\neg \bot \to \top$
  $\top \wedge \bot$
- izbacujemo $\bot$
  $\top \wedge \Box$
- vrati Ne – povratak na Split1

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \perp]$
  $(\perp \vee q) \wedge (\neg \perp \vee q) \wedge (\perp \vee \neg q) \wedge (\neg \perp \vee \neg q)$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \bot]$
  $(\bot \vee q) \wedge (\neg \bot \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\neg \bot \vee \neg q)$
- $\neg \bot \to \top$
  $(\bot \vee q) \wedge (\top \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg q)$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \rightarrow \bot]$
  $(\bot \vee q) \wedge (\neg \bot \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\neg \bot \vee \neg q)$
- $\neg \bot \rightarrow \top$
  $(\bot \vee q) \wedge (\top \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $q \wedge (\top \vee q) \wedge \neg q \wedge (\top \vee \neg q)$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \rightarrow \perp]$
  $(\perp \vee q) \wedge (\neg\perp \vee q) \wedge (\perp \vee \neg q) \wedge (\neg\perp \vee \neg q)$
- $\neg\perp \rightarrow \top$
  $(\perp \vee q) \wedge (\top \vee q) \wedge (\perp \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg q)$
- izbacujemo $\perp$
  $q \wedge (\top \vee q) \wedge \neg q \wedge (\top \vee \neg q)$
- tautology : $q \wedge \neg q$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \bot]$
  $(\bot \vee q) \wedge (\neg\bot \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\neg\bot \vee \neg q)$
- $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee q) \wedge (\top \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $q \wedge (\top \vee q) \wedge \neg q \wedge (\top \vee \neg q)$
- tautology : $q \wedge \neg q$
- unit propagation $D[q \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \bot]$
  $(\bot \vee q) \wedge (\neg\bot \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\neg\bot \vee \neg q)$
- $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee q) \wedge (\top \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $q \wedge (\top \vee q) \wedge \neg q \wedge (\top \vee \neg q)$
- tautology : $q \wedge \neg q$
- unit propagation $D[q \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$
- zamenjujemo $\neg\bot \to \top$
  $\top \wedge \bot$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \bot]$
  $(\bot \vee q) \wedge (\neg\bot \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\neg\bot \vee \neg q)$
- $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee q) \wedge (\top \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $q \wedge (\top \vee q) \wedge \neg q \wedge (\top \vee \neg q)$
- tautology : $q \wedge \neg q$
- unit propagation $D[q \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$
- zamenjujemo $\neg\bot \to \top$
  $\top \wedge \bot$
- izbacujemo $\bot$
  $\top \wedge \Box$

Zadatak 1

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- split: $D[p \to \bot]$
  $(\bot \vee q) \wedge (\neg\bot \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\neg\bot \vee \neg q)$
- $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee q) \wedge (\top \vee q) \wedge (\bot \vee \neg q) \wedge (\top \vee \neg q)$
- izbacujemo $\bot$
  $q \wedge (\top \vee q) \wedge \neg q \wedge (\top \vee \neg q)$
- tautology : $q \wedge \neg q$
- unit propagation $D[q \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$
- zamenjujemo $\neg\bot \to \top$
  $\top \wedge \bot$
- izbacujemo $\bot$
  $\top \wedge \square$
- vrati Ne

Zadatak 1

Algoritam vraća NE – polazna formula je valjana.

Zadatak 2

Zadatak 2

Pomoću DPLL algoritma proveriti da li je formula valjana.

$$(\neg p \vee \neg q \vee r) \Rightarrow \neg(p \wedge q)$$

Provera da li je *valjana* – proveravamo da li je *negacija formule* **nezadovoljiva**. Tj. ako ne postoji valuacija koja zadovoljava negaciju formule, onda je formula tačna u svakoj valuaciji, odnosno, formula je tautologija.

Zadatak 2

- $\neg((\neg p \vee \neg q \vee r) \Rightarrow \neg(p \wedge q))$

Zadatak 2

- $\neg((\neg p \vee \neg q \vee r) \Rightarrow \neg(p \wedge q))$
- $\neg(\neg(\neg p \vee \neg q \vee r) \vee \neg(p \wedge q))$

Zadatak 2

- $\neg((\neg p \vee \neg q \vee r) \Rightarrow \neg(p \wedge q))$
- $\neg(\neg(\neg p \vee \neg q \vee r) \vee \neg(p \wedge q))$
- $\neg\neg(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge \neg\neg(p \wedge q)$

Zadatak 2

- $\neg((\neg p \vee \neg q \vee r) \Rightarrow \neg(p \wedge q))$
- $\neg(\neg(\neg p \vee \neg q \vee r) \vee \neg(p \wedge q))$
- $\neg\neg(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge \neg\neg(p \wedge q)$
- $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge p \wedge q$

Zadatak 2

- $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge p \wedge q$

Zadatak 2

- $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge p \wedge q$
- unit propagation $D[p \to \top]$
  $(\neg \top \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$

Zadatak 2

- $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge p \wedge q$
- unit propagation $D[p \to \top]$
  $(\neg\top \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\bot \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$

Zadatak 2

- $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge p \wedge q$
- unit propagation $D[p \rightarrow \top]$
  $(\neg \top \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- zamena $\neg \top \rightarrow \bot$
  $(\bot \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- izbacivanje $\bot$
  $(\neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$

Zadatak 2

- $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge p \wedge q$
- unit propagation $D[p \rightarrow \top]$
  $(\neg \top \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- zamena $\neg \top \rightarrow \bot$
  $(\bot \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- izbacivanje $\bot$
  $(\neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- tautology
  $(\neg q \vee r) \wedge q$

Zadatak 2

- $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge p \wedge q$
- unit propagation $D[p \to \top]$
  $(\neg \top \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\bot \vee \neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- izbacivanje $\bot$
  $(\neg q \vee r) \wedge \top \wedge q$
- tautology
  $(\neg q \vee r) \wedge q$
- unit propagation $D[q \to \top]$
  $(\neg \top \vee r) \wedge \top$

Zadatak 2

- zamena $\neg\top \rightarrow \bot$
  $(\bot \vee r) \wedge \top$

Zadatak 2

- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\bot \vee r) \wedge \top$
- izabacivanje $\bot$
  $r \wedge \top$

Zadatak 2

- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\bot \vee r) \wedge \top$
- izabacivanje $\bot$
  $r \wedge \top$
- tautology
  r

Zadatak 2

- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\bot \vee r) \wedge \top$
- izabacivanje $\bot$
  $r \wedge \top$
- tautology
  r
- unit propagation $D[r \to \top]$
  $\top$

Zadatak 2

- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\bot \vee r) \wedge \top$
- izabacivanje $\bot$
  $r \wedge \top$
- tautology
  r
- unit propagation $D[r \to \top]$
  $\top$
- tautology
  $\emptyset$

Zadatak 2

DPLL vraća DA.
Negacija formule je zadovoljiva, pa formula nije valjana.

slika

Zadatak 3

Da li može kolo da da izlaz 1 i ukoliko je moguće naći vrednosti na ulazima za koje je to slučaj.

Zadatak 3

- $(\neg A \wedge B) \veebar C$

Zadatak 3

- $(\neg A \wedge B) \veebar C$
- $((\neg A \wedge B) \vee C) \wedge \neg((\neg A \wedge B) \wedge C)$

Zadatak 3

- $(\neg A \wedge B) \veebar C$
- $((\neg A \wedge B) \vee C) \wedge \neg((\neg A \wedge B) \wedge C)$
- $(\neg A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\neg(\neg A \wedge B) \vee \neg C)$

Zadatak 3

- $(\neg A \wedge B) \veebar C$
- $((\neg A \wedge B) \vee C) \wedge \neg((\neg A \wedge B) \wedge C)$
- $(\neg A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\neg(\neg A \wedge B) \vee \neg C)$
- $(\neg A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$

Zadatak 3

- $(\neg A \lor C) \land (B \lor C) \land (A \lor \neg B \lor \neg C)$

Zadatak 3

- $(\neg A \lor C) \land (B \lor C) \land (A \lor \neg B \lor \neg C)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\neg \top \lor C) \land (B \lor C) \land (\top \lor \neg B \lor \neg C)$

Zadatak 3

- $(\neg A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\neg\top \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\bot \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$

Zadatak 3

- $(\neg A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- split $D[A \rightarrow \top]$
  $(\neg \top \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- zamena $\neg \top \rightarrow \bot$
  $(\bot \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- izbacivanje $\bot$
  $C \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$

Zadatak 3

- $(\neg A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\neg \top \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\bot \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- izbacivanje $\bot$
  $C \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- tautology
  $C \wedge (B \vee C)$

Zadatak 3

- $(\neg A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\neg\top \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\bot \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- izbacivanje $\bot$
  $C \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- tautology
  $C \wedge (B \vee C)$
- unit propagation $D[C \to \top]$
  $\top \wedge (B \vee \top)$

Zadatak 3

- $(\neg A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\neg\top \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\bot \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- izbacivanje $\bot$
  $C \wedge (B \vee C) \wedge (\top \vee \neg B \vee \neg C)$
- tautology
  $C \wedge (B \vee C)$
- unit propagation $D[C \to \top]$
  $\top \wedge (B \vee \top)$
- tautology
  $\emptyset$

Zadatak 3

Tražena valuacija je:
$v(A) = 1$, $v(B) = 0$ (a može i $v(B) = 1$) i $v(C) = 1$

Zadatak 4

Tri polja se boje crvenom ili plavom bojom. Ako je prvo polje crveno druga dva moraju biti iste boje. Ako je drugo crveno, treće mora biti plavo. Naći neko moguće bojenje.

$$(A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)) \land (B \Rightarrow \neg C)$$

Zadatak 4

- $(\neg A \lor ((B \Rightarrow C) \land (C \Rightarrow B)) \land (\neg B \lor \neg C)$

Zadatak 4

- $(\neg A \vee ((B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow B)) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- $(\neg A \vee ((\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B)) \wedge (\neg B \vee \neg C)$

Zadatak 4

- $(\neg A \vee ((B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow B)) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- $(\neg A \vee ((\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B)) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- $(\neg A \vee ((\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B)) \wedge (\neg B \vee \neg C)$

Zadatak 4

- $(\neg A \vee ((B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow B)) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- $(\neg A \vee ((\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B)) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- $(\neg A \vee ((\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B)) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- $(\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$

Zadatak 4

- $(\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$

Zadatak 4

- $(\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- pure literal $D[\neg A \rightarrow \top]$
  $(\top \vee \neg B \vee C) \wedge (\top \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$

Zadatak 4

- $(\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- pure literal $D[\neg A \to \top]$
  $(\top \vee \neg B \vee C) \wedge (\top \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- tautology
  $\neg B \vee \neg C$

Zadatak 4

- $(\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- pure literal $D[\neg A \to \top]$
  $(\top \vee \neg B \vee C) \wedge (\top \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- tautology
  $\neg B \vee \neg C$
- pure literal $D[\neg B \to \top]$
  $\top \vee \neg C$

Zadatak 4

- $(\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- pure literal $D[\neg A \to \top]$
  $(\top \vee \neg B \vee C) \wedge (\top \vee \neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
- tautology
  $\neg B \vee \neg C$
- pure literal $D[\neg B \to \top]$
  $\top \vee \neg C$
- tautology
  $\emptyset$

Zadatak 4

Dobijamo dve moguće valuacije:

$v_1(\neg A) = 1$ tj. $v_1(A) = 0$, $v_1(\neg B) = 1$ tj. $v_1(B) = 0$ i $v_1(C) = 1$

$v_1(\neg A) = 1$ tj. $v_1(A) = 0$, $v_1(\neg B) = 1$ tj. $v_1(B) = 0$ i $v_1(C) = 0$

Zadatak 5

Robot raspoređuje dva objekta u dve kutije. Pri tome ne smeju oba objekta biti u istoj kutiji. Naći sve moguće rasporede.

$$\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(A \wedge B)$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
- split $D[A \rightarrow \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg\top \rightarrow \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacivanje $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B)$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacivanje $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $\neg B$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacivanje $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $\neg B$
- unit propagation $D[B \to \bot]$
  $\neg\bot$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacivanje $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $\neg B$
- unit propagation $D[B \to \bot]$
  $\neg\bot$
- $\top$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacivanje $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $\neg B$
- unit propagation $D[B \to \bot]$
  $\neg\bot$
- $\top$
- tautology
  $\emptyset$

Zadatak 5

Rešenje: $v_1(A) = 1$, $v_1(B) = 0$

Zabranjujemo ovo rešenje. Tj. dodajemo klauzu: $\neg(A \land \neg B)$
Tj. $(\neg A \lor B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B) \wedge (\neg \top \vee B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B) \wedge (\neg \top \vee B)$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B) \wedge (\neg \top \vee B)$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B) \wedge (\neg\top \vee B)$
- zamena $\neg\top \to \perp$
  $(\top \vee B) \wedge (\perp \vee \neg B) \wedge (\perp \vee B)$
- izbacujemo $\perp$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B$
- tautology
  $\neg B \wedge B$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B) \wedge (\neg\top \vee B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B$
- tautology
  $\neg B \wedge B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\neg\top \wedge \top$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B) \wedge (\neg\top \vee B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B$
- tautology
  $\neg B \wedge B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\neg\top \wedge \top$
- $\bot \wedge \top$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B) \wedge (\neg \top \vee B)$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B$
- tautology
  $\neg B \wedge B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\neg \top \wedge \top$
- $\bot \wedge \top$
- $\square \wedge \top$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B) \wedge (\neg\top \vee B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B$
- tautology
  $\neg B \wedge B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\neg\top \wedge \top$
- $\bot \wedge \top$
- $\square \wedge \top$
- NE

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$

Zadatak 5

- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \lor B) \land (\neg\bot \lor \neg B) \land (\neg\bot \lor B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B)$

Zadatak 5

- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \lor B) \land (\neg\bot \lor \neg B) \land (\neg\bot \lor B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \lor B) \land (\top \lor \neg B) \land (\top \lor B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \land (\top \lor \neg B) \land (\top \lor B)$
- tautology
  B

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B)$
- tautology
  B
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\top$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B)$
- tautology
  B
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\top$
- $\emptyset$

Zadatak 5

Program vraća DA:
$v_2(A) = 0$, $v_2(B) = 1$

Zabranjujemo i ovo rešenje. Tj. dodajemo klauzu: $\neg(\neg A \wedge B)$
Tj. $(A \vee \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B) \land (A \lor \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B) \wedge (\neg \top \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B) \wedge (\neg\top \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B) \land (A \lor \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \lor B) \land (\neg\top \lor \neg B) \land (\neg\top \lor B) \land (\top \lor \neg B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \lor B) \land (\bot \lor \neg B) \land (\bot \lor B) \land (\top \lor \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \lor B) \land \neg B \land B \land (\top \lor \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B) \wedge (\neg\top \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B \wedge (\top \vee \neg B)$
- tautology
  $\neg B \wedge B$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B) \wedge (\neg \top \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B \wedge (\top \vee \neg B)$
- tautology
  $\neg B \wedge B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\neg \top \wedge \top$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg \top \vee \neg B) \wedge (\neg \top \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B \wedge (\top \vee \neg B)$
- tautology
  $\neg B \wedge B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\neg \top \wedge \top$
- $\bot \wedge \top$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \vee B) \wedge (\neg\top \vee \neg B) \wedge (\neg\top \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- zamena $\neg\top \to \bot$
  $(\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B) \wedge (\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \vee B) \wedge \neg B \wedge B \wedge (\top \vee \neg B)$
- tautology
  $\neg B \wedge B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\neg\top \wedge \top$
- $\bot \wedge \top$
- $\square \wedge \top$

Zadatak 5

- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B) \land (A \lor \neg B)$
- split $D[A \to \top]$
  $(\top \lor B) \land (\neg \top \lor \neg B) \land (\neg \top \lor B) \land (\top \lor \neg B)$
- zamena $\neg \top \to \bot$
  $(\top \lor B) \land (\bot \lor \neg B) \land (\bot \lor B) \land (\top \lor \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $(\top \lor B) \land \neg B \land B \land (\top \lor \neg B)$
- tautology
  $\neg B \land B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\neg \top \land \top$
- $\bot \land \top$
- $\square \land \top$
- NE

Zadatak 5

- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B) \land (A \lor \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B) \land (A \lor \neg B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \lor B) \land (\neg\bot \lor \neg B) \land (\neg\bot \lor B) \land (\bot \lor \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$

Zadatak 5

- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor B) \land (A \lor \neg B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \lor B) \land (\neg\bot \lor \neg B) \land (\neg\bot \lor B) \land (\bot \lor \neg B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \lor B) \land (\top \lor \neg B) \land (\top \lor B) \land (\bot \lor \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \land (\top \lor \neg B) \land (\top \lor B) \land \neg B$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- vraćamo se na split $D[A \rightarrow \perp]$
  $(\perp \vee B) \wedge (\neg\perp \vee \neg B) \wedge (\neg\perp \vee B) \wedge (\perp \vee \neg B)$
- zamena $\neg\perp \rightarrow \top$
  $(\perp \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge (\perp \vee \neg B)$
- izbacujemo $\perp$
  $B \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $B \wedge \neg B$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $B \wedge \neg B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- vraćamo se na split $D[A \rightarrow \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- zamena $\neg\bot \rightarrow \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $B \wedge \neg B$
- unit propagation $D[B \rightarrow \top]$
  $\top \wedge \neg\top$
- $\top \wedge \bot$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $B \wedge \neg B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$
- $\top \wedge \bot$
- $\top \wedge \Box$

Zadatak 5

- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
- vraćamo se na split $D[A \to \bot]$
  $(\bot \vee B) \wedge (\neg\bot \vee \neg B) \wedge (\neg\bot \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- zamena $\neg\bot \to \top$
  $(\bot \vee B) \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge (\bot \vee \neg B)$
- izbacujemo $\bot$
  $B \wedge (\top \vee \neg B) \wedge (\top \vee B) \wedge \neg B$
- tautology
  $B \wedge \neg B$
- unit propagation $D[B \to \top]$
  $\top \wedge \neg\top$
- $\top \wedge \bot$
- $\top \wedge \Box$
- NE

CSP

CSP (Constraint Satisfaction Problem) predstavlja trojku $\langle X, D, C\rangle$ gde je: X – skup promenljivih
D – domen rešenja
C – skup ograničenja

Primer:
$X = \{x, y, z\}$
$D = \{\{0, 1\}, [0.5, 7], (-2, 3)\}$
$C = \{x \geq y, x \geq y - z, z \leq y, z \geq 2 \cdot x\}$

CILj – predstaviti CSP preko SAT. Ako to uradimo možemo da koristimo SAT rešavač za CSP i to je dobro jer su SAT rešavači dosta efikasni.

Pre svega pravimo nove promenljive. Neka je: $x_i \in X$ i $v \in D_{x_i}$ gde je D_{x_i} domen rešenja za x_i

$x_{i,v}$ je nova promenljiva koja ima vrednost 1 ukoliko je rešenje $x_i = v$. Inače ima vrednost 0.

Primer:
$X = \{x, y, z\}$ i $D = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}, \{3\}\}$
Onda imamo promenljive:
$x_1, x_2, y_3, y_4, y_5, z_3$
Pažnja: Nije moguće da istovremeno važi: $x_2 = 1$ i $x_3 = 1$ jer bi u tom slučaju istovremeno $x = 2$ i $x = 3$.

Nad ovako napravljenim skupom promenljivih gradimo klauze.

Direktno kodiranje

d – broj različitih vrednosti u domenu

at-least-one – uzima barem jednu vrednost iz domena

$$x_{i,1} \vee x_{i,2} \vee x_{i,3} \vee \ldots \vee x_{i,d}$$

at-most-one – zabranjuje da uzme dve vrednosti iz domena

$\neg x_{i,1} \vee \neg x_{i,2}$, $\neg x_{i,1} \vee \neg x_{i,3}$, $\ldots$, $\neg x_{i,1} \vee \neg x_{i,d}$

$\neg x_{i,2} \vee \neg x_{i,3}$, $\ldots$, $\neg x_{i,2} \vee \neg x_{i,d}$

$\vdots$

$\neg x_{i,d-1} \vee \neg x_{i,d}$

Direktno kodiranje

conflict clause – odnosi se na uslove ograničenja:
recimo, ako $x_i = v$ i $x_j = w$ ne pripada skupu rešenja, onda pišemo:

$$\neg x_{i,v} \vee \neg x_{j,w}$$

Direktno kodiranje - Primer

$A \leq B,\ A, B \in \{0, 1, 2\}$

- promenljive – $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$

Direktno kodiranje - Primer

$A \leq B,\ A, B \in \{0, 1, 2\}$

- promenljive – $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$
- **at-least-one** — $a_0 \vee a_1 \vee a_1,\ b_0 \vee b_1 \vee b_2$

Direktno kodiranje - Primer

$A \leq B,\ A, B \in \{0, 1, 2\}$

- promenljive – $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$
- **at-least-one** — $a_0 \vee a_1 \vee a_1,\ b_0 \vee b_1 \vee b_2$
- **at-most-one** — $\neg a_0 \vee \neg a_1,\ \neg a_0 \vee \neg a_2$ i $\neg a_1 \vee \neg a_2$
  $\neg b_0 \vee \neg b_1,\ \neg b_0 \vee \neg b_2$ i $\neg b_1 \vee \neg b_2$

Direktno kodiranje - Primer

$A \leq B,\ A, B \in \{0, 1, 2\}$

- promenljive – $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$
- **at-least-one** — $a_0 \vee a_1 \vee a_1,\ b_0 \vee b_1 \vee b_2$
- **at-most-one** — $\neg a_0 \vee \neg a_1,\ \neg a_0 \vee \neg a_2$ i $\neg a_1 \vee \neg a_2$
  $\neg b_0 \vee \neg b_1,\ \neg b_0 \vee \neg b_2$ i $\neg b_1 \vee \neg b_2$
- **conflict clause** — $\neg a_1 \vee \neg b_0,\ \neg a_2 \vee \neg b_0$ i $\neg a_2 \vee \neg b_1$

- *at-most-one-clause* mogu biti izostavljene; ako SAT rešavač ima više od jedne vrednosti za CSP promenljivu, bilo koja promenljiva može biti izabrana.

- *at-most-one-clause* mogu biti izostavljene; ako SAT rešavač ima više od jedne vrednosti za CSP promenljivu, bilo koja promenljiva može biti izabrana.
- Generiše se ograman skup za pretragu, a SAT rešavač je eksponencijalne složenosti u odnosu na broj promenljivih.

Suport Encoding

Slično kao i kod Direktnog kodiranja, ali nema *conflict clause*.

at-least-one – isto kao kod direktnog

at-most-one – isto kao kod direktnog

suport clause – ako neko rešenje povlači neka druga rešenja

Recimo, ako $x_i = v$ povlači $x_j = w_1$ ili $x_j = w_2$ ili $x_j = w_3$ ili $\ldots$ $x_j = w_k$ onda pišemo

$$\neg x_{i,v} \vee x_{j,w_1} \vee x_{j,w_2} \vee x_{j,w_3} \vee \ldots \vee x_{j,w_k}$$

Dodatno:

- ako $x_i = v$ ne podržava ni jednu vrednost za ostale promenljive, onda je klauza samo $\neg x_{i,v}$
- ako $x_i = v$ povlači da ostale promeljive mogu uzeti sve vrednosti iz domena, onda nije neophodno zapisivati klauzu.

Primer

Isti primer kao i prošli put. Klauze *at-least-one* i *at-most-one* ostaju iste.

suport-clause – $A = 0$ povlači da B može biti sve vrednosti iz domena, i ovu klauzu ne pišemo. Slično je i za $B = 2$:

$\neg a_1 \vee b_1 \vee b_2$

$\neg a_2 \vee b_2$

$\neg b_0 \vee a_0$

$\neg b_1 \vee a_0 \vee a_1$

Logaritamsko kodiranje

- Promenljive se zapisuju pomoću bitova u potrebno je odrediti koje su vrednosti tih bitova.

Logaritamsko kodiranje

- Promenljive se zapisuju pomoću bitova u potrebno je odrediti koje su vrednosti tih bitova.
- *Koliko bitova je potrebno za zapis broja zavisi od domena.* Recimo, ako je $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ potrebno je 3 bita da bi zapisali sve brojeve iz domena. Naravno, neke vrednosti bitova nisu dopustene, jer brojevi 6 i 7 ne pripadaju domenu.

Logaritamsko kodiranje

- Promenljive se zapisuju pomoću bitova u potrebno je odrediti koje su vrednosti tih bitova.
- *Koliko bitova je potrebno za zapis broja zavisi od domena.* Recimo, ako je $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ potrebno je 3 bita da bi zapisali sve brojeve iz domena. Naravno, neke vrednosti bitova nisu dopustene, jer brojevi 6 i 7 ne pripadaju domenu.
- x_i^b označava bit b u promenljivoj x_i

Logaritamsko kodiranje

- Promenljive se zapisuju pomoću bitova u potrebno je odrediti koje su vrednosti tih bitova.
- *Koliko bitova je potrebno za zapis broja zavisi od domena.* Recimo, ako je $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ potrebno je 3 bita da bi zapisali sve brojeve iz domena. Naravno, neke vrednosti bitova nisu dopustene, jer brojevi 6 i 7 ne pripadaju domenu.
- x_i^b označava bit b u promenljivoj x_i
- Primer: $x^2 = 1$, $x^1 = 1$, $x^0 = 0$, onda je $x = 6$

Logaritamsko kodiranje

prohibited-value clause – klauze koje ne dozvoljavaju da se uzmu vrednosti koje nisu u domenu.
Ako $v = \langle v_m \dots v_0 \rangle$ ne pripada domenu za x_i onda

$$(v_m \oplus x_i^m) \vee \dots \vee (v_1 \oplus x_i^1) \vee (v_0 \oplus x_i^0)$$

conflict-clause – klauze vezane za ograničenja. Ako su $x_i = v$ i $x_j = w$ u konfliktu onda
$v = \langle v_m \dots v_0 \rangle$ i $w = \langle w_m \dots w_0 \rangle$

$$(v_m \oplus x_i^m) \vee \dots \vee (v_0 \oplus x_i^0) \vee (w_m \oplus x_j^m) \vee \dots \vee (w_0 \oplus x_j^0)$$

Primer

prohibitive clause – $(a_0 \oplus 1) \vee (a_1 \oplus 1) = \neg a_0 \vee \neg a_1$
$(b_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 1) = \neg b_0 \vee \neg b_1$

conflict clause –
$(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 0) = (a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee b_0)$
$(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 0) = (\neg a_1 \vee a_0 \vee b_1 \vee b_0)$
$(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = (\neg a_1 \vee a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0)$

Zadatak

Na tabli 3×3 treba rasporediti 3 topa tako da se međusobno ne napadaju. Napisati skup klauza koje opisuju datu situaciju. Za zapis problema koristiti direktno kodiranje, suport encoding i logaritamsko kodiranje.

			a
			b
			c

a, b, c – označavaju vrste tabele 3×3. a, b, c $\in \{1, 2, 3\}$.

Direct encoding

Imamo promenljive a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2 i c_3.

- **at-lest-one** $a_1 \vee a_2 \vee a_3$,
  $b_1 \vee b_2 \vee b_3$,
  $c_1 \vee c_2 \vee c_3$

Direct encoding

Imamo promenljive a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2 i c_3.

- **at-lest-one** $a_1 \vee a_2 \vee a_3$,
  $b_1 \vee b_2 \vee b_3$,
  $c_1 \vee c_2 \vee c_3$
- **at-most-one** $\neg a_1 \vee \neg a_2$, $\neg a_1 \vee \neg a_3$, $\neg a_2 \vee \neg a_3$
  $\neg b_1 \vee \neg b_2$, $\neg b_1 \vee \neg b_3$, $\neg b_2 \vee \neg b_3$
  $\neg c_1 \vee \neg c_2$, $\neg c_1 \vee \neg c_3$, $\neg c_2 \vee \neg c_3$

Direktno kodiranje

- **conflict clause**

Direktno kodiranje

- **conflict clause**
- $\neg a_1 \vee \neg b_1, \neg a_1 \vee \neg c_1$

Direktno kodiranje

- **conflict clause**
- $\neg a_1 \vee \neg b_1, \neg a_1 \vee \neg c_1$
- $\neg a_2 \vee \neg b_2, \neg a_2 \vee \neg c_2$

Direktno kodiranje

- **conflict clause**
- $\neg a_1 \vee \neg b_1, \neg a_1 \vee \neg c_1$
- $\neg a_2 \vee \neg b_2, \neg a_2 \vee \neg c_2$
- $\neg a_3 \vee \neg b_3, \neg a_3 \vee \neg c_3$

Direktno kodiranje

- **conflict clause**
- $\neg a_1 \vee \neg b_1$, $\neg a_1 \vee \neg c_1$
- $\neg a_2 \vee \neg b_2$, $\neg a_2 \vee \neg c_2$
- $\neg a_3 \vee \neg b_3$, $\neg a_3 \vee \neg c_3$
- $\neg b_1 \vee \neg c_1$

Direktno kodiranje

- **conflict clause**
- $\neg a_1 \vee \neg b_1$, $\neg a_1 \vee \neg c_1$
- $\neg a_2 \vee \neg b_2$, $\neg a_2 \vee \neg c_2$
- $\neg a_3 \vee \neg b_3$, $\neg a_3 \vee \neg c_3$
- $\neg b_1 \vee \neg c_1$
- $\neg b_2 \vee \neg c_2$

Direktno kodiranje

- **conflict clause**
- $\neg a_1 \vee \neg b_1, \neg a_1 \vee \neg c_1$
- $\neg a_2 \vee \neg b_2, \neg a_2 \vee \neg c_2$
- $\neg a_3 \vee \neg b_3, \neg a_3 \vee \neg c_3$
- $\neg b_1 \vee \neg c_1$
- $\neg b_2 \vee \neg c_2$
- $\neg b_3 \vee \neg c_3$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg a_2 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_3 \vee c_3$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg a_2 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_3 \vee c_3$
- $\neg a_3 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_2 \vee c_2$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg a_2 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_3 \vee c_3$
- $\neg a_3 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_2 \vee c_2$
- $\neg b_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee c_2 \vee c_3$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg a_2 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_3 \vee c_3$
- $\neg a_3 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_2 \vee c_2$
- $\neg b_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg b_2 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_3 \vee c_3$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg a_2 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_3 \vee c_3$
- $\neg a_3 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_2 \vee c_2$
- $\neg b_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg b_2 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_3 \vee c_3$
- $\neg b_3 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_2 \vee c_2$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg a_2 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_3 \vee c_3$
- $\neg a_3 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_2 \vee c_2$
- $\neg b_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg b_2 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_3 \vee c_3$
- $\neg b_3 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_2 \vee c_2$
- $\neg c_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee a_2 \vee a_3$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg a_2 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_3 \vee c_3$
- $\neg a_3 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_2 \vee c_2$
- $\neg b_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg b_2 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_3 \vee c_3$
- $\neg b_3 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_2 \vee c_2$
- $\neg c_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee a_2 \vee a_3$
- $\neg c_2 \vee b_1 \vee a_1 \vee b_3 \vee a_3$

Suport encoding

Klauze **at-lest-one** i **at-most-one** ostaju iste.

- **suport clause**
- $\neg a_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg a_2 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_3 \vee c_3$
- $\neg a_3 \vee b_1 \vee c_1 \vee b_2 \vee c_2$
- $\neg b_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee c_2 \vee c_3$
- $\neg b_2 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_3 \vee c_3$
- $\neg b_3 \vee a_1 \vee c_1 \vee a_2 \vee c_2$
- $\neg c_1 \vee b_2 \vee b_3 \vee a_2 \vee a_3$
- $\neg c_2 \vee b_1 \vee a_1 \vee b_3 \vee a_3$
- $\neg c_3 \vee b_1 \vee a_1 \vee b_2 \vee a_2$

Logaritamsko kodiranje

Pošto imamo 3 vrednosti u domenu (1, 2, 3) dovoljno nam je 2 bita za prikaz brojeva iz domena. To znači da su nam promeljive a_0, a_1, b_0, b_1, c_0, c_1

- **prohibitive clause** – zabranjujemo 0

Logaritamsko kodiranje

Pošto imamo 3 vrednosti u domenu (1, 2, 3) dovoljno nam je 2 bita za prikaz brojeva iz domena. To znači da su nam promeljive a_0, a_1, b_0, b_1, c_0, c_1

- **prohibitive clause** – zabranjujemo 0
- $(a_0 \oplus 0) \vee (a_1 \oplus 0) = a_0 \vee a_1$

Logaritamsko kodiranje

Pošto imamo 3 vrednosti u domenu (1, 2, 3) dovoljno nam je 2 bita za prikaz brojeva iz domena. To znači da su nam promeljive a_0, a_1, b_0, b_1, c_0, c_1

- **prohibitive clause** – zabranjujemo 0
- $(a_0 \oplus 0) \vee (a_1 \oplus 0) = a_0 \vee a_1$
- $(b_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 0) = b_0 \vee b_1$

Logaritamsko kodiranje

Pošto imamo 3 vrednosti u domenu (1, 2, 3) dovoljno nam je 2 bita za prikaz brojeva iz domena. To znači da su nam promeljive a_0, a_1, b_0, b_1, c_0, c_1

- **prohibitive clause** – zabranjujemo 0
- $(a_0 \oplus 0) \vee (a_1 \oplus 0) = a_0 \vee a_1$
- $(b_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 0) = b_0 \vee b_1$
- $(c_0 \oplus 0) \vee (c_1 \oplus 0) = c_0 \vee c_1$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee c_1 \vee \neg c_0$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee c_1 \vee \neg c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee c_1 \vee \neg c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg c_1 \vee c_0$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee c_1 \vee \neg c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg c_1 \vee c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg b_1 \vee \neg b_0$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee c_1 \vee \neg c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg c_1 \vee c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg c_1 \vee \neg c_0$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee c_1 \vee \neg c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg c_1 \vee c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg c_1 \vee \neg c_0$
- $(c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg c_1 \vee c_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee c_1 \vee \neg c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg c_1 \vee c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg c_1 \vee \neg c_0$
- $(c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg c_1 \vee c_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$
- $(c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 1) = \neg c_1 \vee \neg c_0 \vee \neg b_1 \vee \neg b_0$

Logaritamsko kodiranje

- **conflict clause**
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 0) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) = a_1 \vee \neg a_0 \vee c_1 \vee \neg c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 0) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) = \neg a_1 \vee a_0 \vee \neg c_1 \vee c_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg b_1 \vee \neg b_0$
- $(a_1 \oplus 1) \vee (a_0 \oplus 1) \vee (c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 1) = \neg a_1 \vee \neg a_0 \vee \neg c_1 \vee \neg c_0$
- $(c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 0) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 0) = \neg c_1 \vee c_0 \vee \neg b_1 \vee b_0$
- $(c_1 \oplus 1) \vee (c_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 1) \vee (b_0 \oplus 1) = \neg c_1 \vee \neg c_0 \vee \neg b_1 \vee \neg b_0$
- $(c_1 \oplus 0) \vee (c_0 \oplus 1) \vee (b_1 \oplus 0) \vee (b_0 \oplus 1) = c_1 \vee \neg c_0 \vee b_1 \vee \neg b_0$