Uvod.
Iskazna logika.
Zapisivanje rečenica.

Danijela Petrović

March 3, 2015

Literatura

- Danijela Petrović – *www.matf.bg.ac.rs/∼danijela*
  danijela@matf.bg.ac.rs

Literatura

- Danijela Petrović – *www.matf.bg.ac.rs/∼danijela*
  danijela@matf.bg.ac.rs
- Predrag Janicic i Mladen Nikolić – *Veštačka inteligencija*

Literatura

- Danijela Petrović – *www.matf.bg.ac.rs/∼danijela* *danijela@matf.bg.ac.rs*
- Predrag Janicic i Mladen Nikolić – *Veštačka inteligencija*
- Stuart Russel, Peter Norvig – *Artificial Intelligence – A Modern Approach*

Literatura

- Danijela Petrović – *www.matf.bg.ac.rs/∼danijela* *danijela@matf.bg.ac.rs*
- Predrag Janicic i Mladen Nikolić – *Veštačka inteligencija*
- Stuart Russel, Peter Norvig – *Artificial Intelligence – A Modern Approach*
- 3 testa

Uvod

- Ne baš najsrećnije ime.
- Tek se očekuju rezultati (iako postoje *"inteligentni sistemi"*) – produbljivanje veze između teorijskih i praktičnih znanja.
- Dva primera: pobeđivanje prvaka u šahu; razlikovanje mačke i psa

Definicija

- *Inteligencija* – sposobnost *usvajanja*, *pamćenja* i *obrade* znanja.
- *Veštačka inteligencija je disciplina koja se bavi problemima u kojima se javlja* kombinatorna eksplozija.

Znanje

- *meta-znanje* – to je znanje o procesu izvođenja novih informacija iz iz date baze znanja i o pravilima po kojima se to izvodjenje vrši.
- Ključni problemi u veštackoj inteligenciji – *reprezentacija znanja* i *procesi zaključivanje, obrade*
- Znanje može biti promenljivo i fleksibilno: *Program za šah zna sve legalne poteze za kralja, ali ne zna da figura ne može biti na dva polja u isto vreme.*
- Razumevanje jezika: *Marko je bacio ciglu kroz prozor i razbio ga*
  Marko je video dijamant kroz prozor i poželeo da ga ima.

Iskazna logika

- Promeljive reprezentuju iskaze.
- Ključni problem je ispitivanje da li je iskazna formula valjana ili tautologija.
- Znanje prikazano logikom je ili tačno ili netačno, ali ne može biti nedefinisano. *dijamant* sam za sebe nema nikakvo značenje, a *dijamant sija* je nešto što je tačno ili netačno i može biti prikazano.
- Takođe nije lako prikazati neku nesigurnost. Recimo
  80% ce sutra padati kiša
  U logici – ili oće, ili neće. Zbog toga se uvodi verovatnoća.
  Takođe postoje i različiti zapisi – preko neuroskih mreža itd.

- Znamo da je $x + y = 4$ ispravno, ali $x2y + =$ nije.

Sintaksa iskazne logike

Skup iskaznih formula (ili jezik iskazne logike) nad prebrojivim skupom iskaznih slova P je skup za koji važi:

- Znamo da je $x + y = 4$ ispravno, ali $x2y + =$ nije.

Sintaksa iskazne logike

Skup iskaznih formula (ili jezik iskazne logike) nad prebrojivim skupom iskaznih slova P je skup za koji važi:

- iskazna slova (iz skupa P) i logičke konstante ($\top$ i $\bot$) su iskazne formule;

- Znamo da je $x + y = 4$ ispravno, ali $x2y + =$ nije.

Sintaksa iskazne logike

Skup iskaznih formula (ili jezik iskazne logike) nad prebrojivim skupom iskaznih slova P je skup za koji važi:

- iskazna slova (iz skupa P) i logičke konstante ($\top$ i $\bot$) su iskazne formule;
- ako su A i B iskazne formule, onda su i $(\neg A)$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \Rightarrow B)$ i $(A \Leftrightarrow B)$ iskazne formule.

- Znamo da je $x + y = 4$ ispravno, ali $x2y + =$ nije.

Sintaksa iskazne logike

Skup iskaznih formula (ili jezik iskazne logike) nad prebrojivim skupom iskaznih slova P je skup za koji važi:

- iskazna slova (iz skupa P) i logičke konstante ($\top$ i $\bot$) su iskazne formule;
- ako su A i B iskazne formule, onda su i $(\neg A)$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \Rightarrow B)$ i $(A \Leftrightarrow B)$ iskazne formule.
- iskazne formule mogu se dobiti samo konačnom primenom prethodna dva pravila.

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive

- $Iskazna\ slova\ =$ iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *danas*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *danas*?
- Da li je to *je*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *danas*?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *danas*?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?
- Da li je to *dan*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *danas*?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?
- Da li je to *dan*?
- Da li je to *lep dan*?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *danas*?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?
- Da li je to *dan*?
- Da li je to *lep dan*?
- Ili danas je lep dan?

- *Iskazna slova* = iskazne promenljive
- Šta bi bilo iskazno slovo?
- Primer: *danas je lep dan*
- Šta je u ovoj rečenici iskazno slovo (tj. iskaz)?
- Da li je to *danas*?
- Da li je to *je*?
- Da li je to *lep*?
- Da li je to *dan*?
- Da li je to *lep dan*?
- Ili danas je lep dan?
- *Zaključak:* Iskazno slovo mora imati neki smisao, odnosno, to je neko najjednostavnije tvrđenje koje može imati vrednost tačno ili neačno.

- Posmatrajmo *je lep dan*

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.
- Danas je lep dan.

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.
- Danas je lep dan.
- U Francuskoj je lep dan.

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.
- Danas je lep dan.
- U Francuskoj je lep dan.
- *je lep dan* ima jednino smisla u kontekstu (*danas*).

- Posmatrajmo *je lep dan*
- U Beogradu je lep dan.
- Danas je lep dan.
- U Francuskoj je lep dan.
- *je lep dan* ima jednino smisla u kontekstu (*danas*).
- U iskaznoj logici, iskaz ne zavisi od parametara, nego je posmatrano kao celokupno tvrđenje.

- *Atomičke formule* – elementi skupa P i $\{\top, \bot\}$

- *Atomičke formule* – elementi skupa P i $\{\top, \bot\}$
- *Literal* – atomička formula ili negacija atomičke formule

- *Atomičke formule* – elementi skupa P i $\{\top, \bot\}$
- *Literal* – atomička formula ili negacija atomičke formule
- *Klauza* – disjunkcija literala
  $p \vee \neg q \vee r \vee \neg w$

- Semantika daje *značenje*.

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.
- Primer: $x + y = 4$ je tačno u svetu u kome je $x = 2$ i $y = 2$, ali netačno u svetu gde je $x = 1$ i $y = 1$

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.
- Primer: $x + y = 4$ je tačno u svetu u kome je $x = 2$ *i* $y = 2$, ali netačno u svetu gde je $x = 1$ *i* $y = 1$
- Preciznije" *model* obično koristimo umesto *svet*.

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.
- Primer: $x + y = 4$ je tačno u svetu u kome je $x = 2$ *i* $y = 2$, ali netačno u svetu gde je $x = 1$ *i* $y = 1$
- Preciznije" *model* obično koristimo umesto *svet*.
- *valuacija* – funkcija preslikavanja iz skupa P u skup $0, 1$
  $v(p) = 1, v(q) = 0$

- Semantika daje *značenje*.
- Preciznije: Semantika jezika definiše *tačno* za svaku rečenicu u odnosu na svaki mogući *svet*.
- Primer: *x + y = 4* je tačno u svetu u kome je *x = 2 i y = 2*, ali netačno u svetu gde je *x = 1 i y = 1*
- Preciznije" *model* obično koristimo umesto *svet*.
- *valuacija* – funkcija preslikavanja iz skupa P u skup $0, 1$
  $v(p) = 1, v(q) = 0$
- *interpretacija*, u oznaci I_v – za datu valuaciju v slika iskaznu formulu u skup $0, 1$

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\bot) = 0$

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\bot) = 0$
- $I_v(\neg A) = 1$ ako je $I_v(A) = 0$
  $I_v(\neg A) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\bot) = 0$
- $I_v(\neg A) = 1$ ako je $I_v(A) = 0$
  $I_v(\neg A) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$
- $I_v(A \wedge B) = 1$ ako je $I_v(A) = 1$ i $I_v(B) = 1$
  $I_v(A \wedge B) = 0$ inače

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\bot) = 0$
- $I_v(\neg A) = 1$ ako je $I_v(A) = 0$
  $I_v(\neg A) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$
- $I_v(A \wedge B) = 1$ ako je $I_v(A) = 1$ i $I_v(B) = 1$
  $I_v(A \wedge B) = 0$ inače
- $I_v(A \vee B) = 0$ ako je $I_v(A) = 0$ i $I_v(B) = 0$
  $I_v(A \vee B) = 1$ inače

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\bot) = 0$
- $I_v(\neg A) = 1$ ako je $I_v(A) = 0$
  $I_v(\neg A) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$
- $I_v(A \wedge B) = 1$ ako je $I_v(A) = 1$ i $I_v(B) = 1$
  $I_v(A \wedge B) = 0$ inače
- $I_v(A \vee B) = 0$ ako je $I_v(A) = 0$ i $I_v(B) = 0$
  $I_v(A \vee B) = 1$ inače
- $I_v(A \Rightarrow B) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$ i $I_v(B) = 0$
  $I_v(A \Rightarrow B) = 1$ inače

Interpretacija

- $I_v(p) = v(p)$ za svaki element p skupa P
- $I_v(\top) = 1$ i $I_v(\bot) = 0$
- $I_v(\neg A) = 1$ ako je $I_v(A) = 0$
  $I_v(\neg A) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$
- $I_v(A \wedge B) = 1$ ako je $I_v(A) = 1$ i $I_v(B) = 1$
  $I_v(A \wedge B) = 0$ inače
- $I_v(A \vee B) = 0$ ako je $I_v(A) = 0$ i $I_v(B) = 0$
  $I_v(A \vee B) = 1$ inače
- $I_v(A \Rightarrow B) = 0$ ako je $I_v(A) = 1$ i $I_v(B) = 0$
  $I_v(A \Rightarrow B) = 1$ inače
- $I_v(A \Leftrightarrow B) = 1$ ako je $I_v(A) = I_v(B)$
  $I_v(A \Leftrightarrow B) = 0$ inače

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *valjana, tautologija* iskazna formula – svaka valuacija za nju je zadovoljavajuća

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *valjana, tautologija* iskazna formula – svaka valuacija za nju je zadovoljavajuća
- Iskazna formula je *nezadovoljavaju'ca, kontradikcija* – ako ne postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *valjana, tautologija* iskazna formula – svaka valuacija za nju je zadovoljavajuća
- Iskazna formula je *nezadovoljavaju'ca, kontradikcija* – ako ne postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *poreciva* iskazna formula – ako postoji valuacija u kojoj je formula netačna.

- *zadovoljavajuća valuacija* za iskaznu formulu A – takvo v da je $I_v(A) = 1$
- Iskazna formula je *zadovoljiva* ako postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *valjana, tautologija* iskazna formula – svaka valuacija za nju je zadovoljavajuća
- Iskazna formula je *nezadovoljavaju'ca, kontradikcija* – ako ne postoji valuacija koja je za nju zadovoljavajuća.
- *poreciva* iskazna formula – ako postoji valuacija u kojoj je formula netačna.
- *SAT* - problem ispitivanja da li je data iskazna formula zadovoljiva

Normalne forme

- *Konjuktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \ldots \wedge A_n$$

pri čemu je svako A_i $(1 \leq 1 \leq n)$ *klauza*

Normalne forme

- *Konjuktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \ldots \wedge A_n$$

  pri čemu je svako A_i $(1 \leq 1 \leq n)$ *klauza*
- *disjuktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee \ldots \vee A_n$$

  pri čemu je svaka A_i $(1 \leq 1 \leq n)$ konjukcija literala

Normalne forme

- *Konjuktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \ldots \wedge A_n$$

  pri čemu je svako A_i $(1 \leq 1 \leq n)$ *klauza*
- *disjuktivna normalna forma* – iskazna formula oblika

$$A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee \ldots \vee A_n$$

  pri čemu je svaka A_i $(1 \leq 1 \leq n)$ konjukcija literala
- Svaka iskazna formula može biti transformisana u konjuktivnu/disjuktivnu normalnu formu.

Algoritam KNF

- Eliminisati $\Leftrightarrow$ korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

Algoritam KNF

- Eliminisati $\Leftrightarrow$ korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

- Eliminisati $\Rightarrow$ korišćenjem

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

Algoritam KNF

- Eliminisati $\Leftrightarrow$ korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

- Eliminisati $\Rightarrow$ korišćenjem

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

- Dok god je moguće primenjivati

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B; \quad \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

Algoritam KNF

- Eliminisati $\Leftrightarrow$ korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

- Eliminisati $\Rightarrow$ korišćenjem

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

- Dok god je moguće primenjivati

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B; \quad \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

- eliminisati višestruke $\neg$

$$\neg\neg A \equiv A$$

Algoritam KNF

- Eliminisati $\Leftrightarrow$ korišćenjem

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

- Eliminisati $\Rightarrow$ korišćenjem

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

- Dok god je moguće primenjivati

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B; \quad \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

- eliminisati višestruke $\neg$

$$\neg\neg A \equiv A$$

- Dok god je moguće primenjivati

$$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

- Transformisanje formule u njenu konjunktivnu normalnu formu može da dz formulu cija je dužina eksponencijalna u funkciji dužine polazne formule.

- Transformisanje formule u njenu konjunktivnu normalnu formu može da dz formulu cija je dužina eksponencijalna u funkciji dužine polazne formule.
- Na primer, transformisanjem

$$(A_1 \wedge B_1) \vee (A_2 \wedge B_2) \vee \ldots (A_n \wedge B_n)$$

u konjuktivnu normalnu formu, dobija se formula koja ima 2^n konjukata.

Zapisivanje rečenica

Zadatak 1

U igri mine na tabeli veličine 2×3 dobijena je sledeća konfiguracija:

1	A	C
1	B	2

Pri čemu A, B i C su neotvorena polja, a brojevi označavaju broj mina na okolnim poljima. Zapisati u iskaznoj logici uslove koji važe.

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

Pravimo iskaznu fomulu kojom zapisujemo uslove. Pri tome, u formuli figurišu iskazne promenljie — A, B i C. Ukoliko promenljiva ima vrednost tačno onda se na njoj nalazi mina. Ako ima vrednost netačno, onda na tom polju nema mine.

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za *1*: $A \vee B$
- dodajemo u konačnu formulu:
  $F = A \vee B$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za *1*: $A \vee B$
- dodajemo u konačnu formulu: $F = (A \vee B) \wedge (A \vee B)$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za *1*: $\neg(A \wedge B)$
- dodajemo u konačnu formulu:
  $F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B)$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za *1*: $\neg(A \wedge B)$
- dodajemo u konačnu formulu: $F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- uslov za 2: *barem na jednom od polja A, B ili C se ne nalazi mina (tj. barem jedna mora imati vrednost netačno. U suprotnom bi umesto 2 stajalo 3.)*
  $(\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$
- dodajemo u konačnu formulu:
  $F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	*2*

- uslov za *2*: *ne može se desiti da bilo koja dva polja A, B ili C imaju vrednost netačno jer bi u tom slučaju stajalo 1 ili 0 umesto 2*
  $\neg(\neg A \land \neg B)$
- dodajemo u konačnu formulu:
  $F = (A \lor B) \land (A \lor B) \land \neg(A \land B) \land \neg(A \land B) \land (\neg A \lor \neg B \lor \neg C) \land$
  $\neg(\neg A \land \neg B)$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	$\mathcal{2}$

- uslov za $\mathcal{2}$: *ne može se desiti da bilo koja dva polja A, B ili C imaju vrednost netačno jer bi u tom slučaju stajalo 1 ili 0 umesto 2*
  $\neg(\neg A \wedge \neg C)$
- dodajemo u konačnu formulu:
  $$F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$$
  $$\wedge(\neg A \vee \neg B \vee \neg C)\wedge$$
  $$\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C)$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	$\mathit{2}$

- uslov za $\mathit{2}$: *ne može se desiti da bilo koja dva polja A, B ili C imaju vrednost netačno jer bi u tom slučaju stajalo 1 ili 0 umesto 2*
  $\neg(\neg B \wedge \neg C)$
- dodajemo u konačnu formulu:
  $$F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$$
  $$\wedge(\neg A \vee \neg B \vee \neg C)\wedge$$
  $$\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg C)$$

Zadatak 1

1	A	C
1	B	2

- Rešenje:

  $F = (A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$
  $\wedge(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge$
  $\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg C)$

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)
- Znaci to je *LISTA REŠENJA*

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)
- Znaci to je *LISTA REŠENJA*
- Da bi iko ponudio DNF u stvarnosti, on mora ceo problem da ima rešen

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)
- Znaci to je *LISTA REŠENJA*
- Da bi iko ponudio DNF u stvarnosti, on mora ceo problem da ima rešen
- A u tom slučaju nema potrebe ni bilo šta zapisivati

- DNF je nepovoljan za zapisivanje rečenica
- CNF je *lista uslova* (mora da važi to i to i to ...)
- Znaci to je *ZAPIS PROBLEMA*
- DNF je *lista mogućnosti* (može da važi to ili to ili to ...)
- Znaci to je *LISTA REŠENJA*
- Da bi iko ponudio DNF u stvarnosti, on mora ceo problem da ima rešen
- A u tom slučaju nema potrebe ni bilo šta zapisivati
- DNF je u praksi moguće znati samo za trivijalne probleme

Zadatak 2

Robot treba da rasporedi dva objekta u dve kutije. Pri tome ne sme oba objekta da stavi u istu kutiju. U vidu iskazne formule zapisati uslove koji definišu dopustive rasporede. Objasniti šta znači koje iskazno slovo.

Zadatak 2

$\boxed{\text{A}}\ \boxed{\text{B}}$

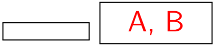
- A i B su iskazna slova, koja označavaju prvi i drugi objekat.
- Ukoliko iskazno slovo ima vrednost tačno onda je objekat u prvoj kutiji, inače je u drugoj kutiji.

Zadatak 2

$\boxed{\text{A, B}}\ \boxed{\phantom{\text{A, B}}}$

- ne mogu se oba objekta nalaziti u prvoj kutiji:
  $\neg(A \wedge B)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $\neg(A \wedge B)$

Zadatak 2



- ne mogu se oba objekta nalaziti u drugoj kutiji:
  $\neg(\neg A \wedge \neg B)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $\neg(A \wedge B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B)$

Zadatak 2

- objekti se moraju nalaziti u nekoj kutiji:
  $A \vee B \vee \neg A \vee \neg B$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $\neg(A \wedge B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge (A \vee B \vee \neg A \vee \neg B)$

Zadatak 2

- Rešenje: $\neg(A \land B) \land \neg(\neg A \land \neg B) \land (A \lor B \lor \neg A \lor \neg B)$

Zadatak 3

Zapisati formulu koja opisuje uslov da se u svakoj vrsti table za igru oblika 2×2 polja može postaviti tačno jedan žeton.

Zadatak 3

A	B
C	D

- A, B, C, D su polja tabele. Mogu imati vrednost 0 ili 1. Pri tome, 1 označava da se žeton nalazi na polju, a 0 da se ne nalazi.

Zadatak 3

A	B
C	D

- zeton se nalazi u prvoj vrsti:
  $A \vee B$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $(A \vee B)$

Zadatak 3

A	B
C	D

- zeton se nalazi u drugoj vrsti:
  $C \vee D$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $(A \vee B) \wedge (C \vee D)$

Zadatak 3

A	B
C	D

- ne mogu se dva žetona nalaziti u prvoj vrsti: $\neg(A \wedge B)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja: $(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge \neg(A \wedge B)$

Zadatak 3

A	B
C	D

- ne mogu se dva žetona nalaziti u drugoj vrsti: $\neg(C \wedge D)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja: $(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(C \wedge D)$

Zadatak 3

A	B
C	D

- Rešenje:
  $(A \vee B) \wedge (C \vee D) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(C \wedge D)$

Zadatak 4

U iskaznoj logici zapisati uslov da bitovi 3-bitnog broja moraju biti jednaki.

Zadatak 4

$$A \quad B \quad C$$

- A, B, C – označavaju bitove broja

Zadatak 4

$$A \quad B \quad C$$

- Bitovi A i B su jednaki:
  $A \Leftrightarrow B$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $A \Leftrightarrow B$

Zadatak 4

$$A \ B \ C$$

- Bitovi A i C su jednaki:
  $A \Leftrightarrow C$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $(A \Leftrightarrow B) \land (A \Leftrightarrow C)$

Zadatak 4

$$A \quad B \quad C$$

- Bitovi B i C su jednaki:
  $B \Leftrightarrow C$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $(A \Leftrightarrow B) \wedge (A \Leftrightarrow C) \wedge (B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 4

$$A \ B \ C$$

- Rešenje:
  $(A \Leftrightarrow B) \wedge (A \Leftrightarrow C) \wedge (B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 5

U iskaznoj logici zapisati uslov: "dva dobitna broja se sabiraju i daju rezultat 3".

Zadatak 5

$$\begin{array}{rcc} & A & B \\ + & C & D \\ \hline & 1 & 1 \end{array}$$

- A i B su bitovi prvog broja, a C i D bitovi drugog broja

Zadatak 5

$$\begin{array}{ccc} & A & B \\ + & C & D \\ \hline & 1 & 1 \end{array}$$

- Da bi bila jednica na poslednjoj poziciji: $(B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja: $(B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D)$

Zadatak 5

$$\begin{array}{ccc} & A & B \\ + & C & D \\ \hline & 1 & 1 \end{array}$$

- Da bi bila jednica na prvoj poziciji:
  $(A \vee C) \wedge \neg(A \wedge C)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $(B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D) \wedge (A \vee C) \wedge \neg(A \wedge C)$

Zadatak 5

$$
\begin{array}{rcc}
 & A & B \\
+ & C & D \\
\hline
 & 1 & 1
\end{array}
$$

- Rešenje:
  $(B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D) \wedge (A \vee C) \wedge \neg(A \wedge C)$

Zadatak 6

U iskaznoj logici zapisati uslov da je 4-bitna reprezentacija broja palindrom, ali da nisu svi bitovi isti.

Zadatak 6

$A \ B \ C \ D$

- prvi i poslednji bit su jednaki:
  $A \Leftrightarrow D$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $A \Leftrightarrow D$

Zadatak 6

$$A \;\; B \;\; C \;\; D$$

- drugi i treći bit su jednaki:
  $B \Leftrightarrow C$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $(A \Leftrightarrow D) \wedge (B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 6

$A\ B\ C\ D$

- nisu svi bitovi jednaki 1:
  $\neg(A \wedge B \wedge C \wedge D)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $(A \Leftrightarrow D) \wedge (B \Leftrightarrow C) \wedge \neg(A \wedge B \wedge C \wedge D)$

Zadatak 6

$$A \;\; B \;\; C \;\; D$$

- nisu svi bitovi jednaki 0:
  $\neg(\neg A \land \neg B \land \neg C \land \neg D)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $(A \Leftrightarrow D) \land (B \Leftrightarrow C) \land \neg(A \land B \land C \land D) \land \neg(\neg A \land \neg B \land \neg C \land \neg D)$

Zadatak 6

$$A \;\; B \;\; C \;\; D$$

- Rešenja:
  $(A \Leftrightarrow D) \wedge (B \Leftrightarrow C) \wedge \neg(A \wedge B \wedge C \wedge D) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$

Zadatak 7

Tri polja se boje crvenom ili plavom bojom. Ukoliko je prvo polje crveno, druga dva moraju biti iste boje. Ukoliko je drugo polje crveno, treće mora biti plavo. Zapisati date uslove u iskaznoj logici.

Zadatak 7

A	B	C

- A, B, C – oznaka polja. Ako je polje obojeno crvenom bojom onda ima vrednost 1, a ako je obojeno plavom, ima vrednost 0.

Zadatak 7

A	B	C

- Ukoliko je prvo polje crveno, druga dva moraju biti iste boje:
  $A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 7

A	B	C

- Ukoliko je drugo polje crveno, treće mora biti plavo: $B \Rightarrow \neg C$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja: $(A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)) \wedge (B \Rightarrow \neg C)$

Zadatak 7

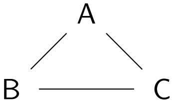
A	B	C

- Rešenja:
  $(A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)) \land (B \Rightarrow \neg C)$

Zadatak 8

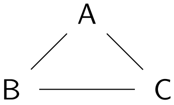
Temena trougla se boje pomoću dve boje. Pri tom, ni jedan par temena ne može imati istu boju. Zapisati date uslove u iskaznoj logici,

Zadatak 8



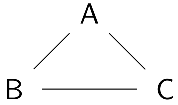
- A, B, C – temena trougla

Zadatak 8



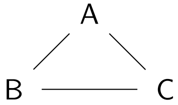
- A i B nisu iste boje:
  $\neg(A \Leftrightarrow B)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $\neg(A \Leftrightarrow B)$

Zadatak 8



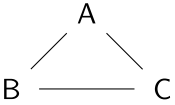
- A i C nisu iste boje:
  $\neg(A \Leftrightarrow C)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $\neg(A \Leftrightarrow B) \land \neg(A \Leftrightarrow C)$

Zadatak 8



- B i C nisu iste boje:
  $\neg(B \Leftrightarrow C)$
- dodajemo u iskaznu formulu rešenja:
  $\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg(A \Leftrightarrow C) \wedge \neg(B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 8



- Rešenje:
  $\neg(A \Leftrightarrow B) \wedge \neg(A \Leftrightarrow C) \wedge \neg(B \Leftrightarrow C)$

Zadatak 9

Tabela 2x2 se boji crvenom ili plavom bojom. Ako je polje (1,1) ofarbano crvenom bojom onda barem jedno od ostalih polja mora biti plavo. Ako je polje (2,2) ofarbano plavom bojom onda barem dva ostala polja moraju biti crvena. Ne smeju sva polja biti ofarbana istom bojom. Zapisati date uslove u iskaznoj logici.

Zadatak 9

A	B
C	D

Rešenje:

$A \Rightarrow (\neg B \vee \neg C \vee \neg D) \wedge$
$\neg D \Rightarrow (\neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg C \wedge \neg B)) \wedge$
$\neg(A \wedge B \wedge C \wedge D) \wedge$
$\neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$

Komercijalna primena

- Filipov raspored časova
- Raspored po grupama za Kup Sampiona

Polusabirač

A	B	C	izlaz
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
1	*0*	*0*	*1*
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

- CNF se može dobiti korišćenjem reda u kome je izlaz 1.

Polusabirač

A	B	C	izlaz
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
1	*0*	*0*	*1*
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

- CNF se može dobiti korišćenjem reda u kome je izlaz 1.
- $A \wedge \neg B \wedge \neg C$

Polusabirač

slika

- Zapisujemo formulu koja opisuje kolo:

Polusabirač

slika

- Zapisujemo formulu koja opisuje kolo:
- $((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) \wedge (\neg C \wedge A)$

Polusabirač

Pokazujemo vezu između ove dve formule:

$$(A \wedge \neg B \wedge \neg C) \Leftrightarrow ((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) \wedge (\neg C \wedge A)$$

Da bi ovo dokazali, koristimo tehniku *pretpostavimo suprotno*.

[I] $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 0$ i $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 1$

1) Iz $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 1$ možemo da odredimo valuaciju v:
$I_v(A) = 1$, $I_v(B) = 0$ i $I_v(C) = 0$

Polusabirač

Pokazujemo vezu između ove dve formule:

$$(A \wedge \neg B \wedge \neg C) \Leftrightarrow ((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) \wedge (\neg C \wedge A)$$

Da bi ovo dokazali, koristimo tehniku *pretpostavimo suprotno*.

[I] $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 0$ i $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 1$

1) Iz $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 1$ možemo da odredimo valuaciju v:
$I_v(A) = 1$, $I_v(B) = 0$ i $I_v(C) = 0$

2) Za ovu valucaciju važi
$I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 1$ jer je
$I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) = 1$ i $I_v(\neg C \wedge A) = 1$

Polusabirač

[I]

3) $I_v(\neg C \wedge A) = 1$ jer je $I_v(\neg C) = 1$ jer je $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$

Polusabirač

[I]

3) $I_v(\neg C \wedge A) = 1$ jer je $I_v(\neg C) = 1$ jer je $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$

4) $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) = 1$ jer je $I_v(\neg B \vee C) = 1$ jer je $I_v(\neg B) = 1$ jer je $I_v(B) = 0$

Polusabirač

[I]

3) $I_v(\neg C \wedge A) = 1$ jer je $I_v(\neg C) = 1$ jer je $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$

4) $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) = 1$ jer je $I_v(\neg B \vee C) = 1$ jer je $I_v(\neg B) = 1$ jer je $I_v(B) = 0$

5) Ovim smo dobili da je
$I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 1$ i
$I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 0$
što je nemoguće, pa je naša pretpostavka loša.

Polusabirač

[II] $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 1$ i $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 0$

1) iz $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 1$ sledi $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) = 1$ i $(\neg C \wedge A)) = 1$

Polusabirač

[II] $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 1$ i $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 0$

1) iz $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \wedge A)) = 1$ sledi $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) = 1$ i $(\neg C \wedge A)) = 1$

2 iz $(\neg C \wedge A)) = 1$ sledi $I_v(\neg C) = 1$, odakle $I_v(C) = 0$; i $I_v(A) = 1$

Polusabirač

[II]

3) iz $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$ sledi
$I_v(\neg A \wedge B) = 0$ jer je $I_v(\neg A) = 0$

Polusabirač

[II]

3) iz $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$ sledi
$I_v(\neg A \wedge B) = 0$ jer je $I_v(\neg A) = 0$

4) iz $I_v(\neg A \wedge B) = 0$ i $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) = 1$ sledi
$I_v(\neg B \vee C) = 1$

Polusabirač

[II]

3) iz $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$ sledi
$I_v(\neg A \wedge B) = 0$ jer je $I_v(\neg A) = 0$

4) iz $I_v(\neg A \wedge B) = 0$ i $I_v((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) = 1$ sledi
$I_v(\neg B \vee C) = 1$

5) zbog $I_v(C) = 0$
$I_v(\neg B) = 1$, odakle sledi da je $I_v(B) = 0$

Polusabirač

[II]

6) iz $I_v(B) = 0$, $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$ sledi da je $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 1$

Polusabirač

[II]

6) iz $I_v(B) = 0$, $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$ sledi da je $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 1$

7) a to je suprotno od $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 0$

Polusabirač

[II]

6) iz $I_v(B) = 0$, $I_v(C) = 0$ i $I_v(A) = 1$ sledi da je $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 1$
7) a to je suprotno od $I_v(A \wedge \neg B \wedge \neg C) = 0$
8) što opet znači da je pretpostavka loša

Polusabirač

Konačno, dolazimo do zaključka da važi:

$$(A \wedge \neg B \wedge \neg C) \Leftrightarrow ((\neg A \wedge B) \vee (\neg B \vee C)) \wedge (\neg C \wedge A)$$

MINISAT

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva

MINISAT

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva
- Problem je NP kompletan

MINISAT

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva
- Problem je NP kompletan
- Postoji mnogo SAT rešavača – Glucose, Lingeling, PicoSat, ArgoSat

MINISAT

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva
- Problem je NP kompletan
- Postoji mnogo SAT rešavača – Glucose, Lingeling, PicoSat, ArgoSat
- Zasnovani su na DPLL proceduri (sledeći čas)

MINISAT

- SAT – problem traženja valuacija u kojoj je formula zadovoljiva
- Problem je NP kompletan
- Postoji mnogo SAT rešavača – Glucose, Lingeling, PicoSat, ArgoSat
- Zasnovani su na DPLL proceduri (sledeći čas)
- *MINISAT* – najpopularniji SAT rešavac

- Skine se sa neta i instalira (procitati ReadMe)

- Skine se sa neta i instalira (procitati ReadMe)
- Pokreće se sa *./minisat primer rezultat*

- Skine se sa neta i instalira (procitati ReadMe)
- Pokreće se sa *./minisat primer rezultat*
- Primer se zapisuje u *DIMACS* formatu

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa c

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa c
- Nakon komentara ide linija problema. Pocinje slovom p, potom ime problema, što je u našem slučaju cnf, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

$$p \quad cnf \quad 3 \quad 2$$

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa c
- Nakon komentara ide linija problema. Pocinje slovom p, potom ime problema, što je u našem slučaju cnf, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

$$p \quad cnf \quad 3 \quad 2$$

- Nakon te linije u svakoj liniji se zapisuje po jedna klauza

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa c
- Nakon komentara ide linija problema. Pocinje slovom p, potom ime problema, što je u našem slučaju cnf, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

$$p \quad cnf \quad 3 \quad 2$$

- Nakon te linije u svakoj liniji se zapisuje po jedna klauza
- Promenljive se označavaju celim brojevima od počevši od 1

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa c
- Nakon komentara ide linija problema. Pocinje slovom p, potom ime problema, što je u našem slučaju cnf, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

$$p \quad cnf \quad 3 \quad 2$$

- Nakon te linije u svakoj liniji se zapisuje po jedna klauza
- Promenljive se označavaju celim brojevima od počevši od 1
- Negacija promenljive se označava odgovarajućim negativnim brojem

$$p \vee q \vee \neg r$$

$p - 1 \; q - 2 \; r - 3$

$$12 - 3$$

DIMACS format

- Može sadržati komentare. Svaki komentar počinje sa c
- Nakon komentara ide linija problema. Pocinje slovom p, potom ime problema, što je u našem slučaju cnf, potom ide broj promenljivih i potom ide broj klauza.

$$p \quad cnf \quad 3 \quad 2$$

- Nakon te linije u svakoj liniji se zapisuje po jedna klauza
- Promenljive se označavaju celim brojevima od počevši od 1
- Negacija promenljive se označava odgovarajućim negativnim brojem

$$p \vee q \vee \neg r$$

$p - 1$ $q - 2$ $r - 3$

$$1 2 -3$$

- Svaka linija (klauza) se završava sa 0.

Primer minesweap

- $(A \lor B) \land (A \lor B) \land \neg(A \land B) \land \neg(A \land B)$
  $\land(\neg A \lor \neg B \lor \neg C)\land$
  $\neg(\neg A \land \neg B) \land \neg(\neg A \land \neg C) \land \neg(\neg B \land \neg C)$

Primer minesweap

- $(A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge \neg(A \wedge B)$
  $\wedge(\neg A \vee \neg B \vee \neg C)\wedge$
  $\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg(\neg A \wedge \neg C) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg C)$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)\wedge$
  $(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee C) \wedge (B \vee C)$

Primer minesweap

- $(A \lor B) \land (A \lor B) \land \neg(A \land B) \land \neg(A \land B)$
  $\land(\neg A \lor \neg B \lor \neg C)\land$
  $\neg(\neg A \land \neg B) \land \neg(\neg A \land \neg C) \land \neg(\neg B \land \neg C)$
- $(A \lor B) \land (\neg A \lor \neg B)\land$
  $(\neg A \lor \neg B \lor \neg C) \land (A \lor C) \land (B \lor C)$
- DIMACS:
  p cnf 3 5
  1 2 0
  -1 -2 0
  -1 -2 -3 0
  1 3 0
  2 3 0

1	A	C
1	B	2

- Nakon pokretanja *./minisat primer rezultat* izlaz je:
  SATISFIABLE i
  1 -2 3

1	A	C
1	B	2

- Nakon pokretanja *./minisat primer rezultat* izlaz je:
  SATISFIABLE i
  1 -2 3
- To znači: $A = 0$
  $B = 1$
  $C = 1$

1	A	C
1	B	2

- Moguće je odrediti sve valuacije koje zadovoljavaju uslov tako što se *zabrani* jedna po jedna.

1	A	C
1	B	2

- Moguće je odrediti sve valuacije koje zadovoljavaju uslov tako što se *zabrani* jedna po jedna.
- Zabranjujemo -1 2 3 (tj. stavljamo negaciju ove valuacije u DIMACS datoteku):

  p cnf 3 6
  1 2 0
  -1 -2 0
  -1 -2 -3 0
  1 3 0
  2 3 0
  1 -2 -3 0

1	A	C
1	B	2

- Nakon pokretanja izlaz je:
  SATISFIABLE i 1 -2 3
  odnosno, $A = 1$, $B = 0$, $C = 1$

1	A	C
1	B	2

- Zabranimo i 1 -2 3: p cnf 3 7
  1 2 0
  -1 -2 0
  -1 -2 -3 0
  1 3 0
  2 3 0
  1 -2 -3 0
  -1 2 -3 0

1	A	C
1	B	2

- Zabranimo i 1 -2 3: p cnf 3 7
  1 2 0
  -1 -2 0
  -1 -2 -3 0
  1 3 0
  2 3 0
  1 -2 -3 0
  -1 2 -3 0
- Nakon pokretanja dobijamo:
  UNSATISFIABLE
  što znači da ne postoji više valuacija koje zadovoljavaju uslove.