

/

Аналитичка геометрија 2008/9 - Тест 1 (24.11.2008)

Обавезно прочитати! Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље слово које одговара смеру, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 10 задатака исписаних са обе стране овог папира. Решења задатака су реални бројеви (или симбол ∞) које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Сви задаци су равноправни, тј носе једнак број поена. Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

01 	Нека је X таква да је $4\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{AB}$. Тада за произвољну тачку O важи $\overrightarrow{OX} = \frac{3}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$
02 	Нека су A, B, C и D некопланарне тачке, X је тежиште троугла ABC, а Y тежиште троугла ACD. Тада је $\overrightarrow{XY} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{0}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
03 	Нека је $\ \vec{x}\ = \ \vec{y}\ = \ \vec{z}\ = 1$, $\vec{x} \perp \vec{x} + \vec{y}$, $\vec{y} \perp \vec{y} - 2\vec{z}$ и $\vec{z} \perp \vec{x}$. Тада је $\ \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}\ = \text{Нема решења, сви су добили поене!}$
04 	Нека је ABC троугао, P и Q такве да је $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{BQ} = 2\overrightarrow{QC}$, а R је пресек правих AC и PQ. Тада је $\overrightarrow{CR} : \overrightarrow{RA} = 1 : -6$
05 	Нека је ABC троугао, а P и Q такве да је $3\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB}$ и $2\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BC}$. Ако је R тачка праве AC таква да се AQ, CP и BR секу у једној тачки, тада је $\overrightarrow{AC} : \overrightarrow{AR} = 3 : 1$

06	Ако је $\ \vec{y}\ = 2$, $(\vec{x} + \vec{y}) \cdot \vec{x} = 2$ и $\angle(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{\pi}{3}$, онда је $\vec{x} \cdot \vec{x}$ једнак 1
07	Нека је дат систем једначина по $\vec{x}$ са $\vec{x} \times \vec{u} = \vec{v}$ и $\vec{v} \times \vec{x} = \vec{u}$, где су $\vec{u}$ и $\vec{v}$ линеарно независни вектори. Максималан број решења система за најповољнији избор вектора $\vec{u}$ и $\vec{v}$ је 1
08	Ако је $\vec{x} \cdot \vec{y} = 3$, онда је $\vec{x} \times (\vec{y} \times (\vec{x} \times \vec{y})) = \boxed{0} \vec{y} + \boxed{-3} \vec{x} \times \vec{y}$
09	Ако су $A(1, 2, 3)$, $B(0, 0, 0)$, $C(2, 0, -2)$ и $D(1, 6, 4)$ темена тетраедра, онда је његова запремина једнака $\frac{14}{3}$
10	Нека је $ABCD$ паралелограм и E средиште дужи BC. Координатни систем Axy има почетак у A и координатне векторе $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$. Нови координатни систем $Ex'y'$ има почетак у E и координатне векторе $\vec{a}' = \overrightarrow{EB}$ и $\vec{b}' = \overrightarrow{ED}$. Веза између старих и нових координата је $x = \boxed{\frac{0}{1}} x' + \boxed{-\frac{1}{1}} y' + \boxed{\frac{1}{1}}, \quad y = \boxed{-\frac{1}{2}} x' + \boxed{\frac{1}{2}} y' + \boxed{\frac{1}{2}}$