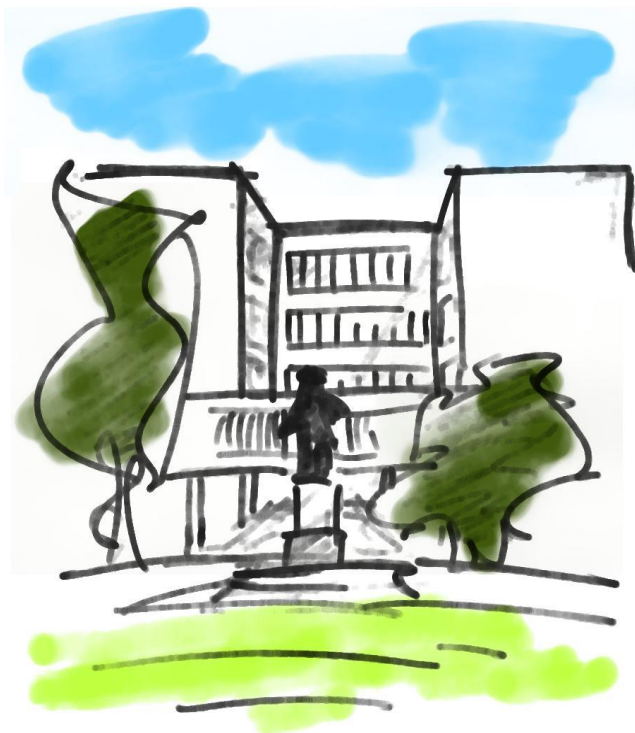


[P220]

# Увод у архитектуру рачунара

2



Саша Малков

Универзитет у Београду  
Математички факултет

2013/2014



[P271]

Увод у архитектуру рачунара

Саша Малков

Тема 3

Минимизација логичких  
функција  
(наставак)



# Метод Квин-МекКласког

---

- Карноове мапе нису погодне у случају више од 4 променљиве
  - Изнад 6 постаје веома тешко за мануелну употребу
- Метод Квин МекКласког се назива и *таблични метод*
- Поступак минимизације у три корака:
  - Проналажење простих импликаната
  - Одређивање битних импликаната
  - Укључивање додатних простих импликаната

# Корак 1 - Циљ

---



- Проналажење простих импликаната
  - Циљ
    - Проналажење скупа терма који покрива све случајеве
    - Одговара проналажењу група у Карноовим мапама

# Корак 1 - Поступак



- Проналажење простих импликаната
  - Конструира се табела – по ред за сваки дисјункт СНДФ
    - Редови се уреде у растућем редоследу према броју променљивих које нису комплементирани
    - Редови се групишу према броју комплементираних променљивих
  - Сваки терм се пореди са термима из претходне групе
    - “Упарени” су ако се разликују само по стању једне променљиве
    - Упарени се означе (✓)
    - Терм без те променљиве се додаје у нову табелу
  - Процес се понавља за све групе терма у табели
  - Поступак се понавља на новој табели све док има терма који могу да се упаре
  - Сви преостали неозначени терми (из свих табела) су “прости импликанти”

# Корак 2



- Одређивање битних импликаната
  - Циљ
    - Препознавање импликаната који се морају појавити у сваком минимизованом облику
  - Поступак
    - Прави се табела у којој врсте одговарају простим импликантима а колоне дисјунктима полазне СДНФ
    - Ако је прости импликант део дисјункта, пресек врсте и колоне се означава са  $X$
    - Ако колона садржи само једно  $X$ , оно се заокружи – то је “битан прости импликант”
    - Ако у врсти постоји заокружен  $X$ , око свих незаокружених  $X$  у врсти се нацрта квадрат
    - Ако у свакој колони постоји  $X$  са кругом или квадратом, поступак је завршен – конјункција битних импликаната је резултат

# Корак 3

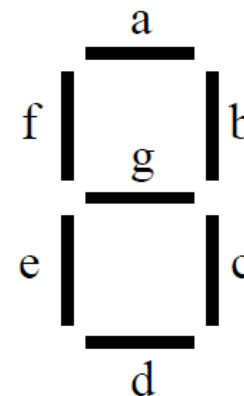


- Укључивање додатних простих импликаната
  - Циљ
    - Ако битни импликанти нису довољни да покрију резултат, укључује се минималан број додатних простих импликаната
  - Поступак
    - За сваки непокривен дисјункт (колону) се бира по један прост импликант (“додатни прост импликант”)
    - Додатни прости импликанти се бирају тако да њихов број буде минималан



# Пример 1

- Минимизација сегмента  $d$  седмоделног дисплеја без недефинисаних вредности:
  - $F = A'B'C'D' + A'B'CD' + A'B'CD + A'BC'D + A'BCD' + AB'C'D' + AB'C'D$





# Пример 1

---



Корак 0

---

$A'B'C'D'$

$A'B'CD'$

$A'B'CD$

$A'BC'D$

$A'BCD'$

$AB'C'D'$

$AB'C'D$

# Пример 1



Корак 0	Корак 1
$A'B'C'D'$	$A'B'C'D'$
$A'B'CD'$	$A'B'CD'$
$A'B'CD$	$AB'C'D'$
$A'BC'D$	$A'B'CD$
$A'BCD'$	$A'BC'D$
$AB'C'D'$	$A'BCD'$
$AB'C'D$	$AB'C'D$

# Пример 1



Корак 0	Корак 1	
$A'B'C'D'$	$A'B'C'D'$ ✓	$A'B'D'$
$A'B'CD'$	$A'B'CD'$ ✓	$B'C'D'$
$A'B'CD$	$AB'C'D'$ ✓	$A'B'C$
$A'BC'D$	$A'B'CD$ ✓	$A'CD'$
$A'BCD'$	$A'BC'D$	$AB'C'$
$AB'C'D'$	$A'BCD'$ ✓	
$AB'C'D$	$AB'C'D$ ✓	

# Пример 1



Корак 0	Корак 1	
$A'B'C'D'$	$A'B'C'D'$ ✓	<b><math>A'B'D'</math></b>
$A'B'CD'$	$A'B'CD'$ ✓	<b><math>B'C'D'</math></b>
$A'B'CD$	$AB'C'D'$ ✓	<b><math>A'B'C</math></b>
$A'BC'D$	$A'B'CD$ ✓	<b><math>A'CD'</math></b>
$A'BCD'$	<b><math>A'BC'D</math></b>	<b><math>AB'C'</math></b>
$AB'C'D'$	$A'BCD'$ ✓	
$AB'C'D$	$AB'C'D$ ✓	



# Пример 1

	$A'B'C'D'$	$A'B'CD'$	$A'B'CD$	$A'BC'D$	$A'BCD'$	$AB'C'D'$	$AB'C'D$
$A'B'D'$							
$B'C'D'$							
$A'B'C$							
$A'CD'$							
$AB'C'$							
$A'BC'D$							



# Пример 1

	$A'B'C'D'$	$A'B'CD'$	$A'B'CD$	$A'BC'D$	$A'BCD'$	$AB'C'D'$	$AB'C'D$
$A'B'D'$	×	×					
$B'C'D'$	×					×	
$A'B'C$		×	×				
$A'CD'$		×			×		
$AB'C'$						×	×
$A'BC'D$				×			



# Пример 1

	$A'B'C'D'$	$A'B'CD'$	$A'B'CD$	$A'BC'D$	$A'BCD'$	$AB'C'D'$	$AB'C'D$
$A'B'D'$	×	×					
$B'C'D'$	×					×	
$A'B'C$		×	⊗				
$A'CD'$		×			⊗		
$AB'C'$						×	⊗
$A'BC'D$				⊗			

# Пример 1



	$A'B'C'D'$	$A'B'CD'$	$A'B'CD$	$A'BC'D$	$A'BCD'$	$AB'C'D'$	$AB'C'D$
$A'B'D'$	×	×					
$B'C'D'$	×					×	
$A'B'C$		⊗	⊗				
$A'CD'$		⊗			⊗		
$AB'C'$						⊗	⊗
$A'BC'D$				⊗			





# Пример 1

	A'B'C'D'	A'B'CD'	A'B'CD	A'BC'D	A'BCD'	AB'C'D'	AB'C'D
A'B'D'	×	×					
B'C'D'	×					×	
A'B'C		⊗	⊗				
A'CD'		⊗			⊗		
AB'C'						⊗	⊗
A'BC'D				⊗			



# Пример 1

	A'B'C'D'	A'B'CD'	A'B'CD	A'BC'D	A'BCD'	AB'C'D'	AB'C'D
A'B'D'	×	×					
B'C'D'	☑					×	
A'B'C		☒	⊗				
A'CD'		☒			⊗		
AB'C'						☒	⊗
A'BC'D				⊗			

# Пример 1

---



- Решење:
  - $F = AB'C' + A'B'C + A'CD' + B'C'D' + A'BC'D$

# “Небитни” случајеви

---

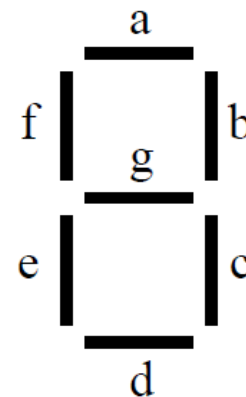


- Ако постоје аргументи за које резултат није важан
  - У првом кораку се разметрају као да је у њиховом случају резултат 1
  - У кораку 2 их занемарујемо и не наводимо



# Пример 2

- Минимизација сегмента  $d$  седмоделног дисплеја са недефинисаним вредностима:
  - $F = A'B'C'D' + A'B'CD' + A'B'CD + A'BC'D + A'BCD' + AB'C'D' + AB'C'D$
  - Небитне вредности:
    - $AB'CD', AB'CD, ABC'D', ABC'D, ABCD', ABCD$



Корак 0

---

$A'B'C'D'$

$A'B'CD'$

$A'B'CD$

$A'BC'D$

$A'BCD'$

$AB'C'D'$

$AB'C'D$

$AB'CD'$

$AB'CD$

$ABC'D'$

$ABC'D$

$ABCD'$

$ABCD$

Корак 0	Корак 1
A'B'C'D'	A'B'C'D'
A'B'CD'	A'B'CD'
A'B'CD	AB'C'D'
A'BC'D	A'B'CD
A'BCD'	A'BC'D
AB'C'D'	A'BCD'
AB'C'D	AB'C'D
AB'CD'	AB'CD'
AB'CD	ABC'D'
ABC'D'	AB'CD
ABC'D	ABC'D
ABCD'	ABCD'
ABCD	ABCD

# Пример 2

Корак 0	Корак 1	Корак 2
A'B'C'D'	A'B'C'D' ✓	A'B'D'
A'B'CD'	A'B'CD' ✓	B'C'D'
A'B'CD	AB'C'D' ✓	A'B'C
A'BC'D	A'B'CD ✓	A'CD'
A'BCD'	A'BC'D ✓	AB'C'
AB'C'D'	A'BCD' ✓	AB'D'
AB'C'D	AB'C'D ✓	AC'D'
AB'CD'	AB'CD' ✓	B'CD'
AB'CD	ABC'D' ✓	AB'C
ABC'D'	AB'CD ✓	B'CD
ABC'D	ABC'D ✓	AB'D
ABCD'	ABCD' ✓	ABC'
ABCD	ABCD ✓	BC'D
		AC'D
		BCD'
		ACD'
		ABD'
		ACD
		ABD
		ABC



# Пример 2

Корак 0	Корак 1	Корак 2	Корак 3
A'B'C'D'	A'B'C'D' ✓	A'B'D' ✓	B'D'
A'B'CD'	A'B'CD' ✓	B'C'D' ✓	AB'
A'B'CD	AB'C'D' ✓	A'B'C ✓	AC'
A'BC'D	A'B'CD ✓	A'CD' ✓	CD'
A'BCD'	A'BC'D ✓	AB'C' ✓	AD'
AB'C'D'	A'BCD' ✓	AB'D' ✓	B'C
AB'C'D	AB'C'D ✓	AC'D' ✓	AB
AB'CD'	AB'CD' ✓	B'CD' ✓	AD
AB'CD	ABC'D' ✓	AB'C ✓	AC
ABC'D'	AB'CD ✓	B'CD ✓	
ABC'D	ABC'D ✓	AB'D ✓	
ABCD'	ABCD' ✓	ABC' ✓	
ABCD	ABCD ✓	BC'D	
		AC'D ✓	
		BCD' ✓	
		ACD' ✓	
		ABD' ✓	
		ACD ✓	
		ABD ✓	
		ABC ✓	

# Пример 2

Корак 0	Корак 1	Корак 2	Корак 3	Корак 4
A'B'C'D'	A'B'C'D' ✓	A'B'D' ✓	B'D'	A
A'B'CD'	A'B'CD' ✓	B'C'D' ✓	AB' ✓	
A'B'CD	AB'C'D' ✓	A'B'C ✓	AC' ✓	
A'BC'D	A'B'CD ✓	A'CD' ✓	CD'	
A'BCD'	A'BC'D ✓	AB'C' ✓	AD' ✓	
AB'C'D'	A'BCD' ✓	AB'D' ✓	B'C	
AB'C'D	AB'C'D ✓	AC'D' ✓	AB ✓	
AB'CD'	AB'CD' ✓	B'CD' ✓	AD ✓	
AB'CD	ABC'D' ✓	AB'C ✓	AC ✓	
ABC'D'	AB'CD ✓	B'CD ✓		
ABC'D	ABC'D ✓	AB'D ✓		
ABCD'	ABCD' ✓	ABC' ✓		
ABCD	ABCD ✓	BC'D		
		AC'D ✓		
		BCD' ✓		
		ACD' ✓		
		ABD' ✓		
		ACD ✓		
		ABD ✓		
		ABC ✓		

# Пример 2

Корак 0	Корак 1	Корак 2	Корак 3	Корак 4
A'B'C'D'	A'B'C'D' ✓	A'B'D' ✓	<b>B'D'</b>	<b>A</b>
A'B'CD'	A'B'CD' ✓	B'C'D' ✓	AB' ✓	
A'B'CD	AB'C'D' ✓	A'B'C ✓	AC' ✓	
A'BC'D	A'B'CD ✓	A'CD' ✓	<b>CD'</b>	
A'BCD'	A'BC'D ✓	AB'C' ✓	AD' ✓	
AB'C'D'	A'BCD' ✓	AB'D' ✓	<b>B'C</b>	
AB'C'D	AB'C'D ✓	AC'D' ✓	AB ✓	
AB'CD'	AB'CD' ✓	B'CD' ✓	AD ✓	
AB'CD	ABC'D' ✓	AB'C ✓	AC ✓	
ABC'D'	AB'CD ✓	B'CD ✓		
ABC'D	ABC'D ✓	AB'D ✓		
ABCD'	ABCD' ✓	ABC' ✓		
ABCD	ABCD ✓	<b>BC'D</b>		
		AC'D ✓		
		BCD' ✓		
		ACD' ✓		
		ABD' ✓		
		ACD ✓		
		ABD ✓		
		ABC ✓		

# Пример 2



	$A'B'C'D'$	$A'B'CD'$	$A'B'CD$	$A'BC'D$	$A'BCD'$	$AB'C'D'$	$AB'C'D$
A							
B'D'							
CD'							
B'C							
BC'D							

# Пример 2



	$A'B'C'D'$	$A'B'CD'$	$A'B'CD$	$A'BC'D$	$A'BCD'$	$AB'C'D'$	$AB'C'D$
A						×	×
$B'D'$	×	×				×	
$CD'$		×			×		
$B'C$		×	×				
$BC'D$				×			

# Пример 2



	$A'B'C'D'$	$A'B'CD'$	$A'B'CD$	$A'BC'D$	$A'BCD'$	$AB'C'D'$	$AB'C'D$
A						×	⊗
$B'D'$	⊗	×				×	
$CD'$		×			⊗		
$B'C$		×	⊗				
$BC'D$				⊗			

# Пример 2



	$A'B'C'D'$	$A'B'CD'$	$A'B'CD$	$A'BC'D$	$A'BCD'$	$AB'C'D'$	$AB'C'D$
A						⊗	⊗
$B'D'$	⊗	⊗				⊗	
$CD'$		⊗			⊗		
$B'C$		⊗	⊗				
$BC'D$				⊗			

# Пример 2

---



- Решење:

- $F = A + B'C + B'D' + CD' + BC'D$



# Задаци



- Функција израчунава 1 ако је дати неозначен 4-битни цео број дељив са 4.
  - Минимизовати помоћу Карноових мапа и методом Квин МекКласког.
- Функција израчунава 1 ако је дати неозначен 4-битни цео број у опсегу  $[5, 10]$ .
  - Минимизовати помоћу Карноових мапа и методом Квин МекКласког.
- Функција израчунава 1 ако је дати означен 4-битни цео број у скупу  $\{-5, -4, -2, 2, 4, 5\}$ .
  - Минимизовати помоћу Карноових мапа и методом Квин МекКласког.



[P271]

# Увод у архитектуру рачунара

Саша Малков

---

## Тема 4

# Комбинаторне мреже

# Комбинаторна мрежа



- Логичко коло је *комбинаторна мрежа* ако:
  - логички елементи су мођусобно повезани и
  - у сваком тренутку излаз зависи само од вредности улаза у “том истом” тренутку
- Суштина је у одсуству било каквог чувања стања у самој мрежи
- Користи се и назив *комбинаторно коло*
- Сва представљана кола до сада су била комбинаторне мреже

# Значај

---



- Комбинаторне мреже представљају виши ниво апстракције логичких кола
- Омогућавају употребу сложенијих логичких елемената при пројектовању логичких кола
- Њиховом употребом се смањује број потребних елемената при изградњи логичких кола

# Начин дефинисања



- У општем случају комбинаторна мрежа се састоји од  $n$  бинарних улаза и  $m$  бинарних излаза
- Може се описати помоћу:
  - табеле истинитосних вредности
    - по ред за сваку од  $2^n$  могућих комбинација улазних вредности
    - по колона за сваку улазну и излазну вредност
  - повезаног скупа графичких симбола
  - логичких функција које описују везу улаза и излаза



# Врсте комбинаторних мрежа

---

- Неке од најважнијих врста комбинаторних мрежа:
  - Мултиплексори
  - Демултиплексори
  - Декодери
  - Енкодери
  - Компаратори
  - Сабирачи
  - Програмабилни низ логичких елемената



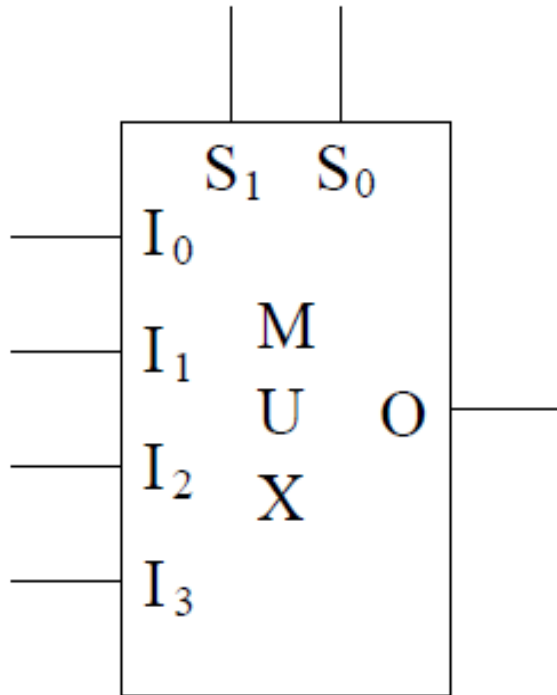
# Мултиплексори

- *Мултиплексори* су комбинаторне мреже које имају:
  - $2^n$  улаза
  - $n$  селекторских улаза
  - 1 излаз
- Вредност излаза одговара вредности улаза који је одређен вредношћу селекторских улаза



# Мультиплексор 4-1

- Графичко представљање и одговарајућа таблица

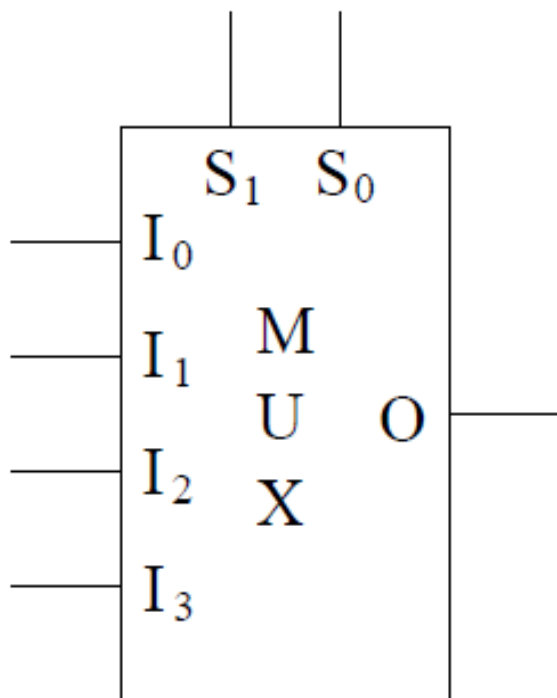






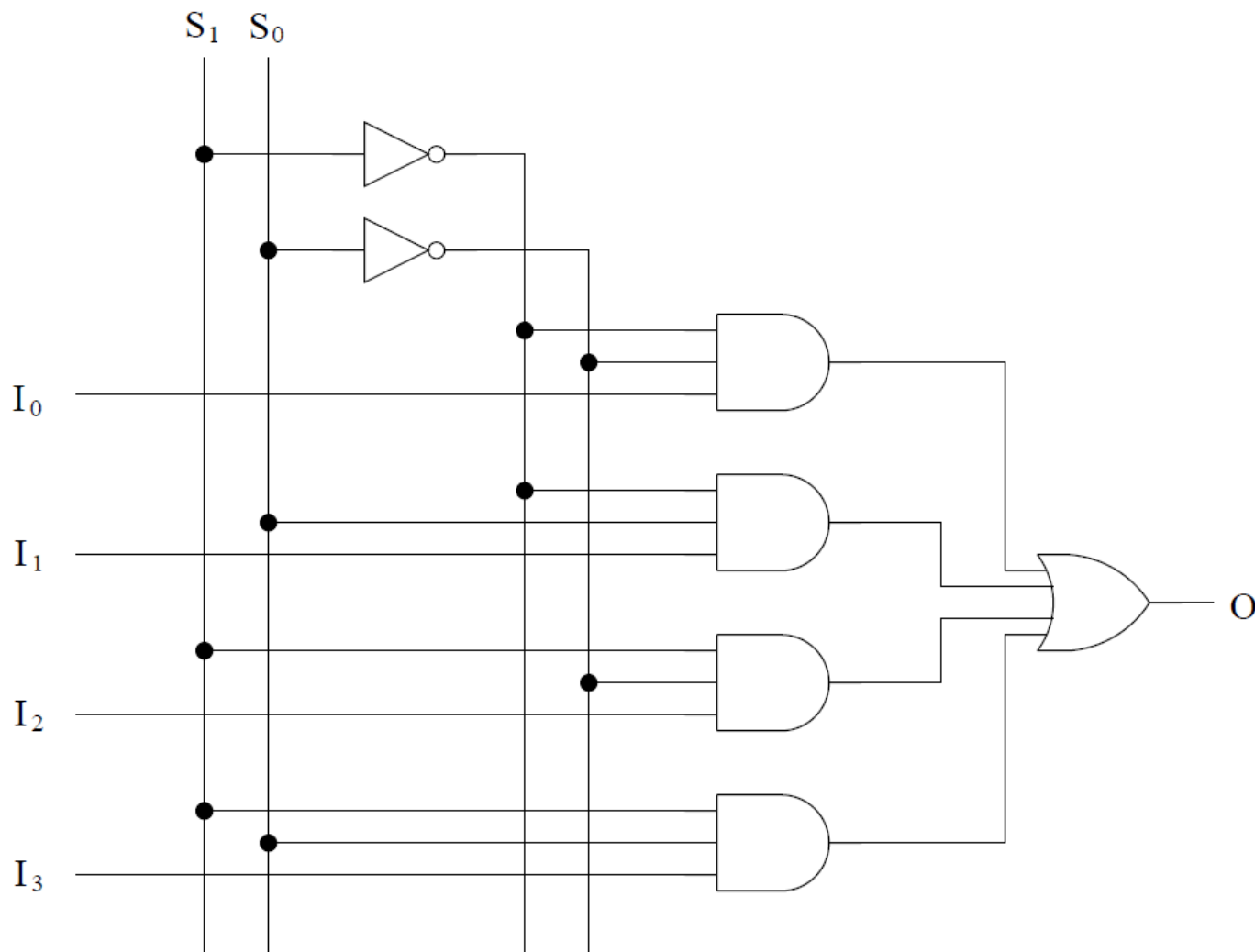
# Мультиплексор 4-1

- Графичко представљање и одговарајућа таблица



$S_1$	$S_0$	O
0	0	$I_0$
0	1	$I_1$
1	0	$I_2$
1	1	$I_3$

# Имплементација мултиплексора





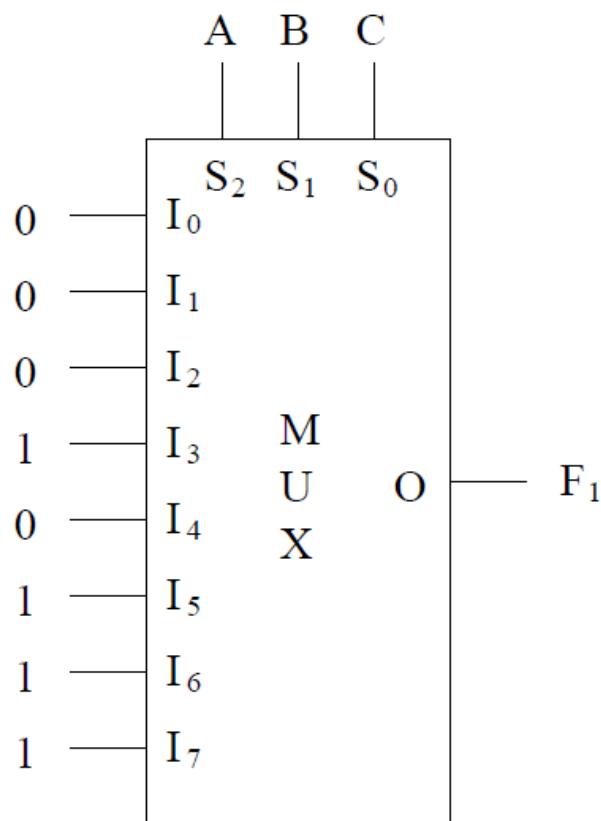
# Примена мултиплексора

- Осим основне примене комбиновања више улаза у један излаз (одабирања), бирањем улазних вредности се мултиплексори могу употребљавати за имплементирање функција од селекторских улаза
  - 1. начин: на улазе се доведу константне вредности, тако да одговарају вредностима функције за одговарајуће селекторске улазе
  - 2. начин: процесом редукције се мултиплексором може имплементирати функција са  $n+1$  аргумената
    - (у неким случајевима може и више)



# Пример одабирања улаза

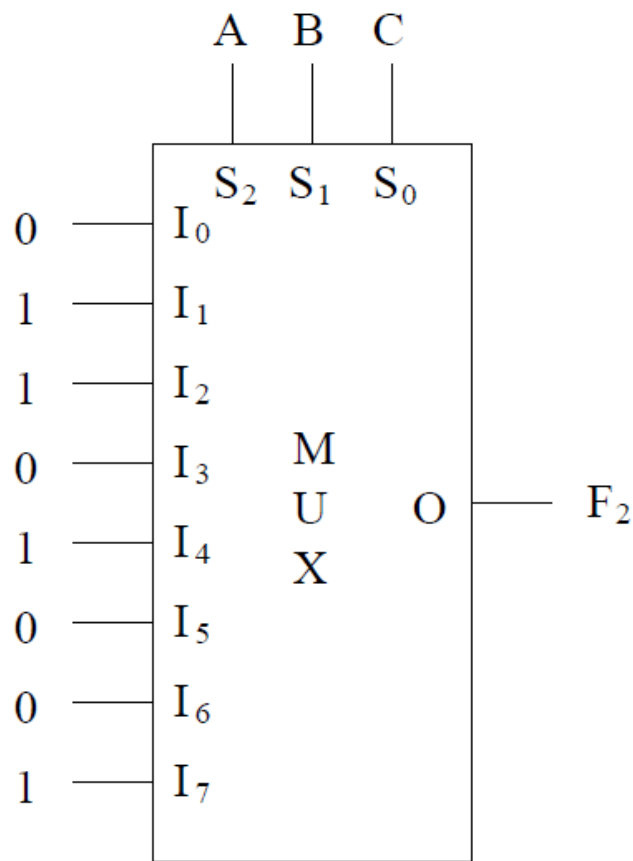
- Израчунавање заступљенијег бита на селекторским улазима





# Пример одабирања улаза

- Израчунавање парности за селекторске улазе



# Редукција



- Идеја редукције је да се један од аргумената преточи у резултат функције:
  - изабере се један аргумент, нпр.  $A_k$
  - препознају случајеви у којима важи  $F = A_k$  или  $F = A_k'$
  - у осталим случајевима се функција представи тако да не зависи од аргумента  $A_k$

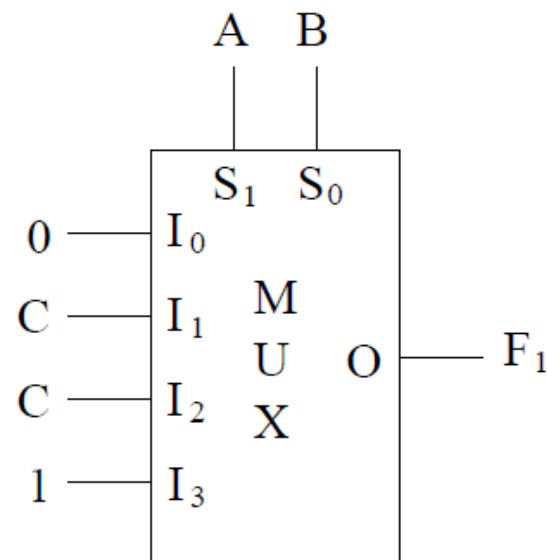


# Пример редукције

- Редукција полазне таблице и имплементација мултиплексором:
  - Функција рачуна већински бит

A	B	C	F <sub>1</sub>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	F <sub>1</sub>
0	0	0
0	1	C
1	0	C
1	1	1



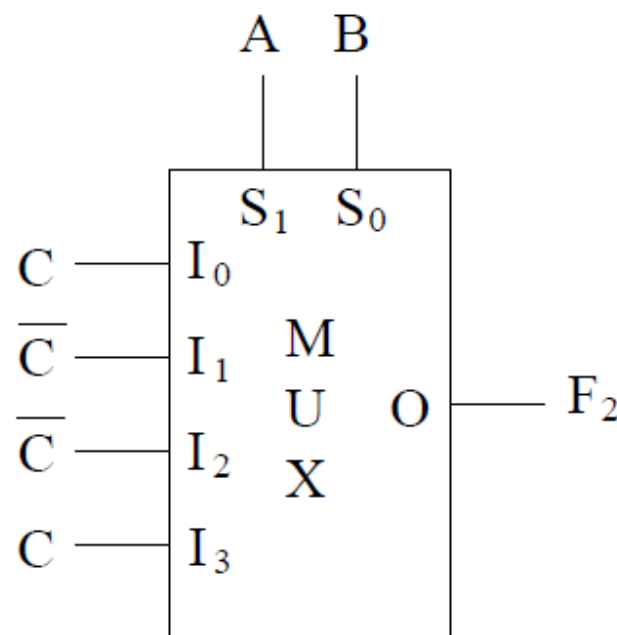


# Пример редукције

- Редукција полазне таблице и имплементација мултиплексором:
  - Функција рачуна парност

A	B	C	$F_1$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

A	B	$F_1$
0	0	C
0	1	$\overline{C}$
1	0	$\overline{C}$
1	1	C



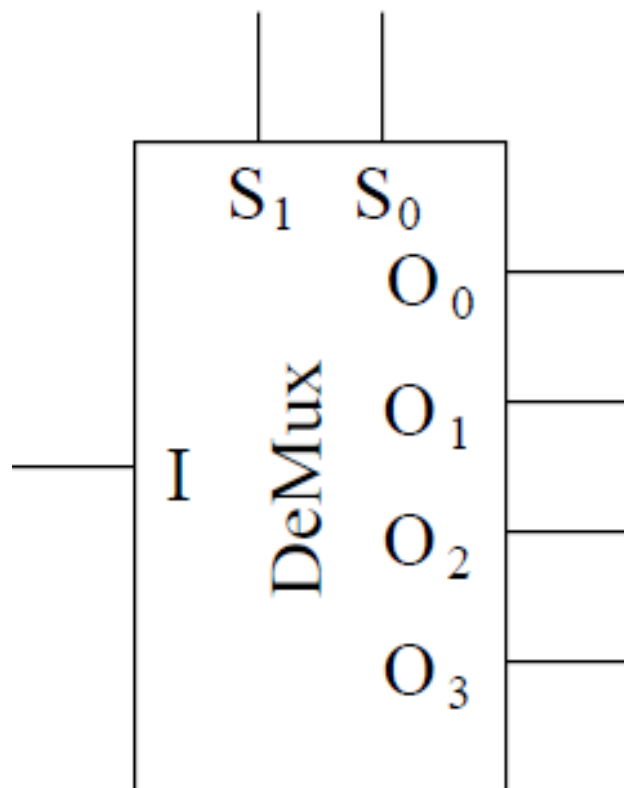


# Демултиплексори

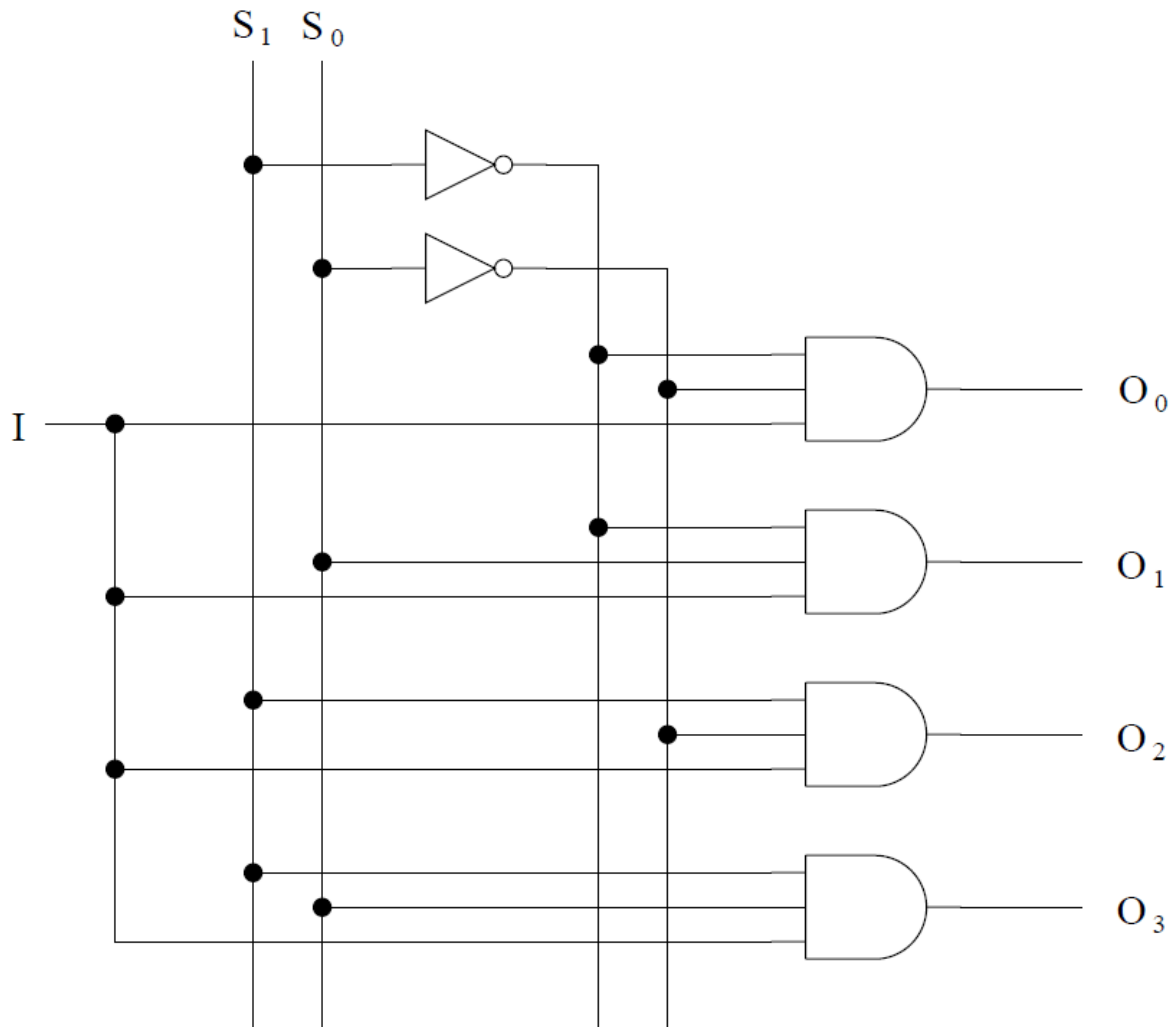


- *Демултиплексори* су комбинаторне мреже које имају:
  - $n+1$  улаза
    - 1 улазна вредност
    - $n$  селекторских улаза
  - $2^n$  излаза
- Обављају инверзну функцију мултиплексора
  - Тачно на један излаз се пресликава вредност улаза
  - Сви остали излази имају вредност 0

# Демултиплексор 1-4



# Имплементација демултиплексора



# Декодери

---



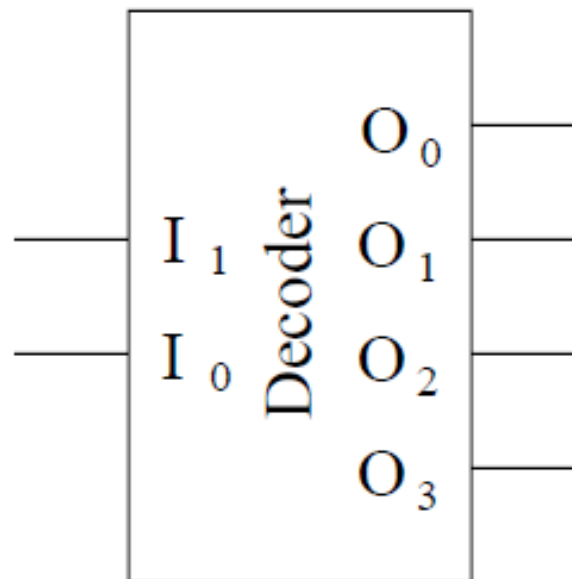
- Декодери су комбинаторне мреже које имају:
  - $n$  улаза
  - највише  $2^n$  излаза
- У сваком тренутку је активан највише један излаз, а у зависности од улаза



# Пример декодера

- На основу неозначеног 2-битног целог броја бира одговарајући од 4 улаза:

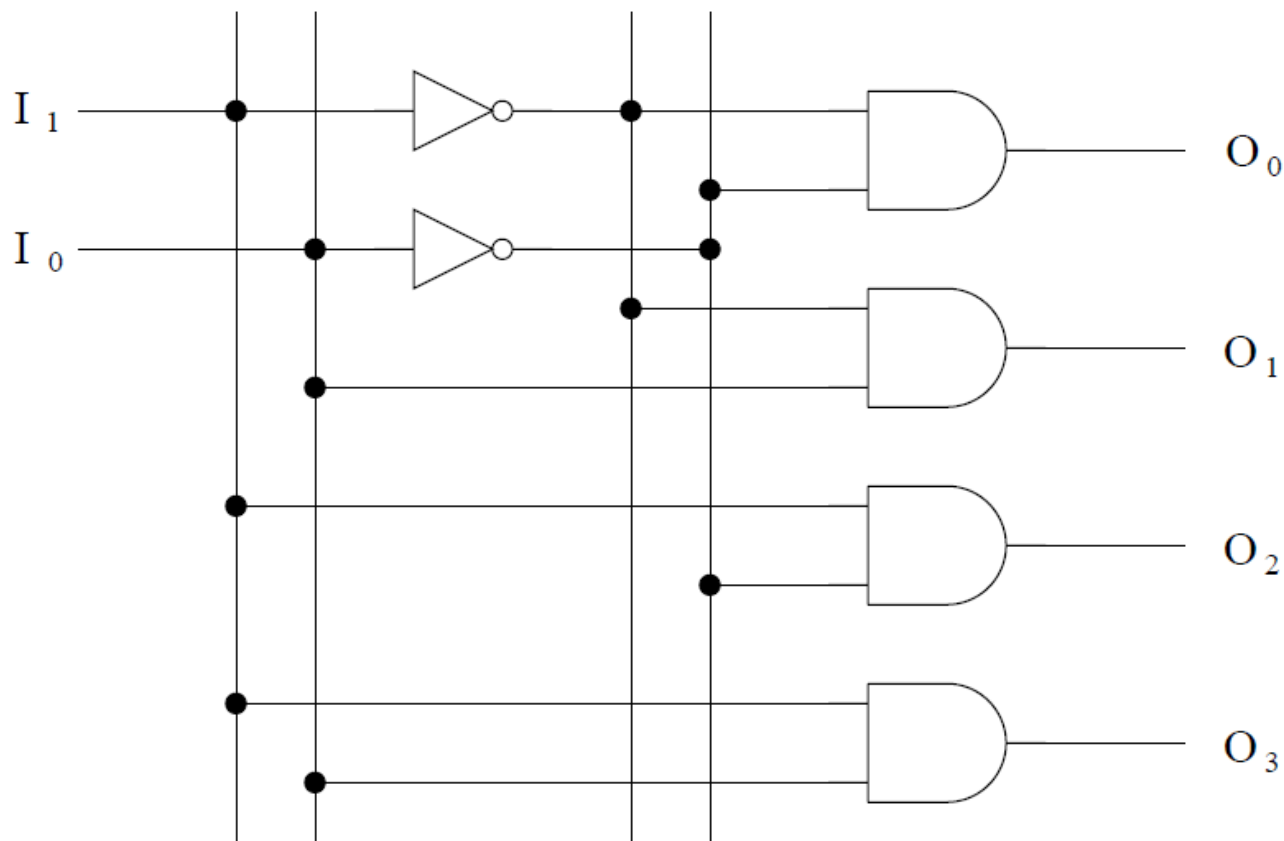
$I_1$	$I_0$	$O_3$	$O_2$	$O_1$	$O_0$
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0





# Пример декодера

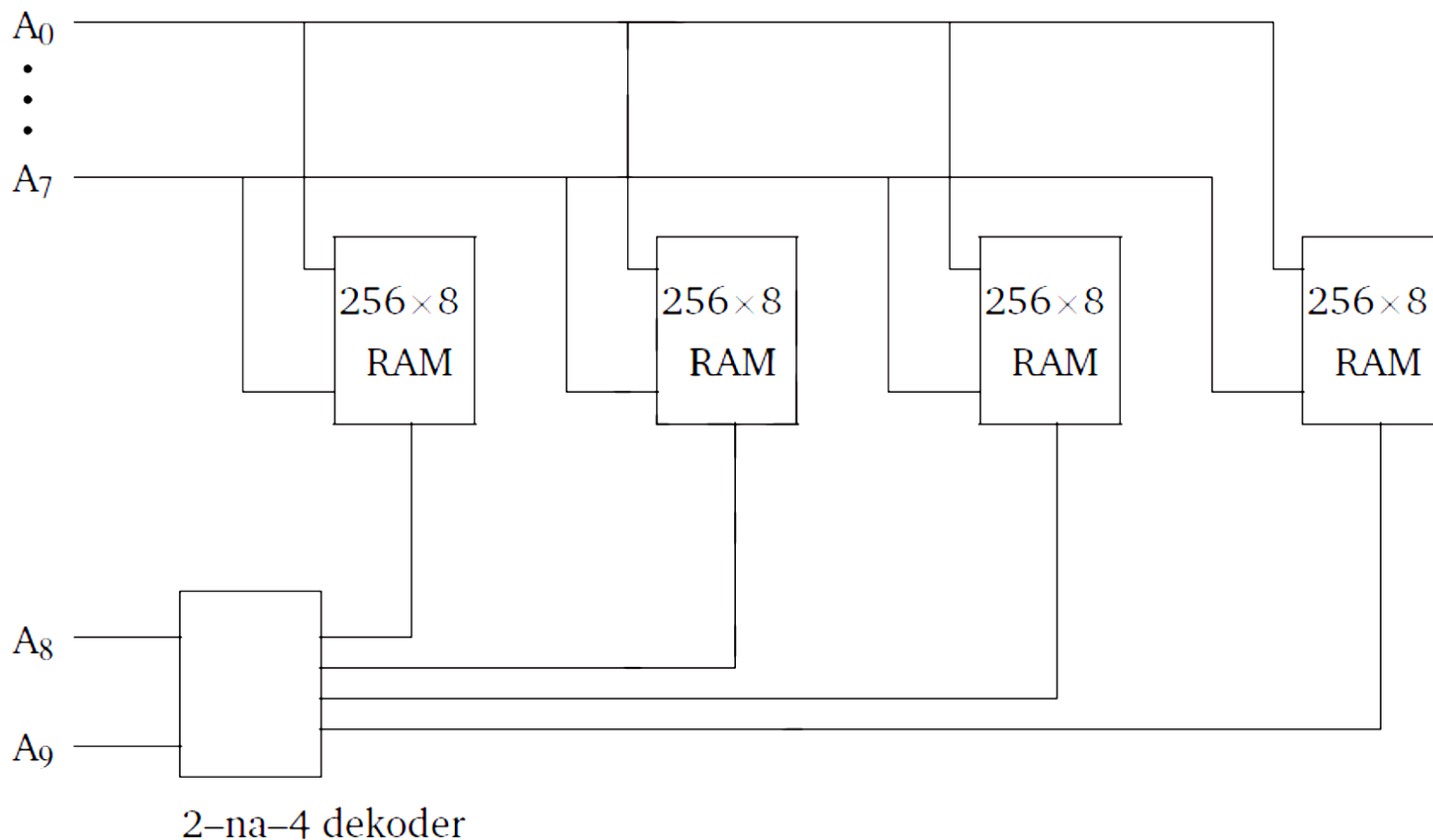
- На основу неозначеног 2-битног целог броја бира одговарајући од 4 улаза:





# Пример – Декодирание адреса

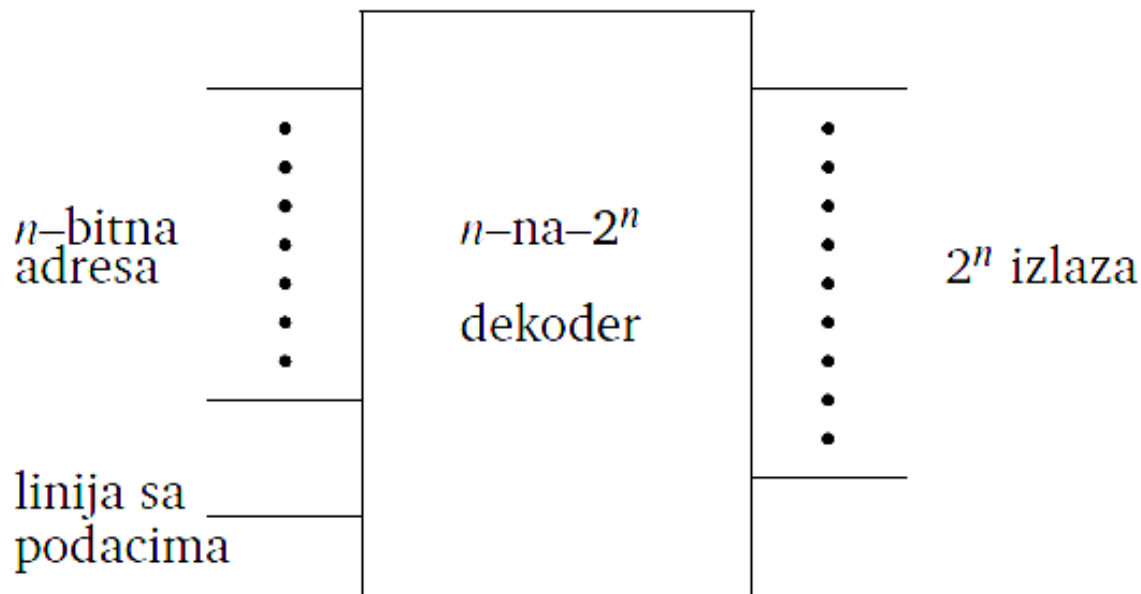
- Декодирание адреса меморије величине 1KB од четири 256B (8-битна) RAM чипа:





# Декодер као демултиплексор

- Декодеру се уводи додатни улаз
  - улаз представља улаз демултиплексора
  - може да се тумачи и као контролни бит декодера:
    - декодер ради ако је улаз активан
    - ако је улаз неактиван, сви излази су неактивни





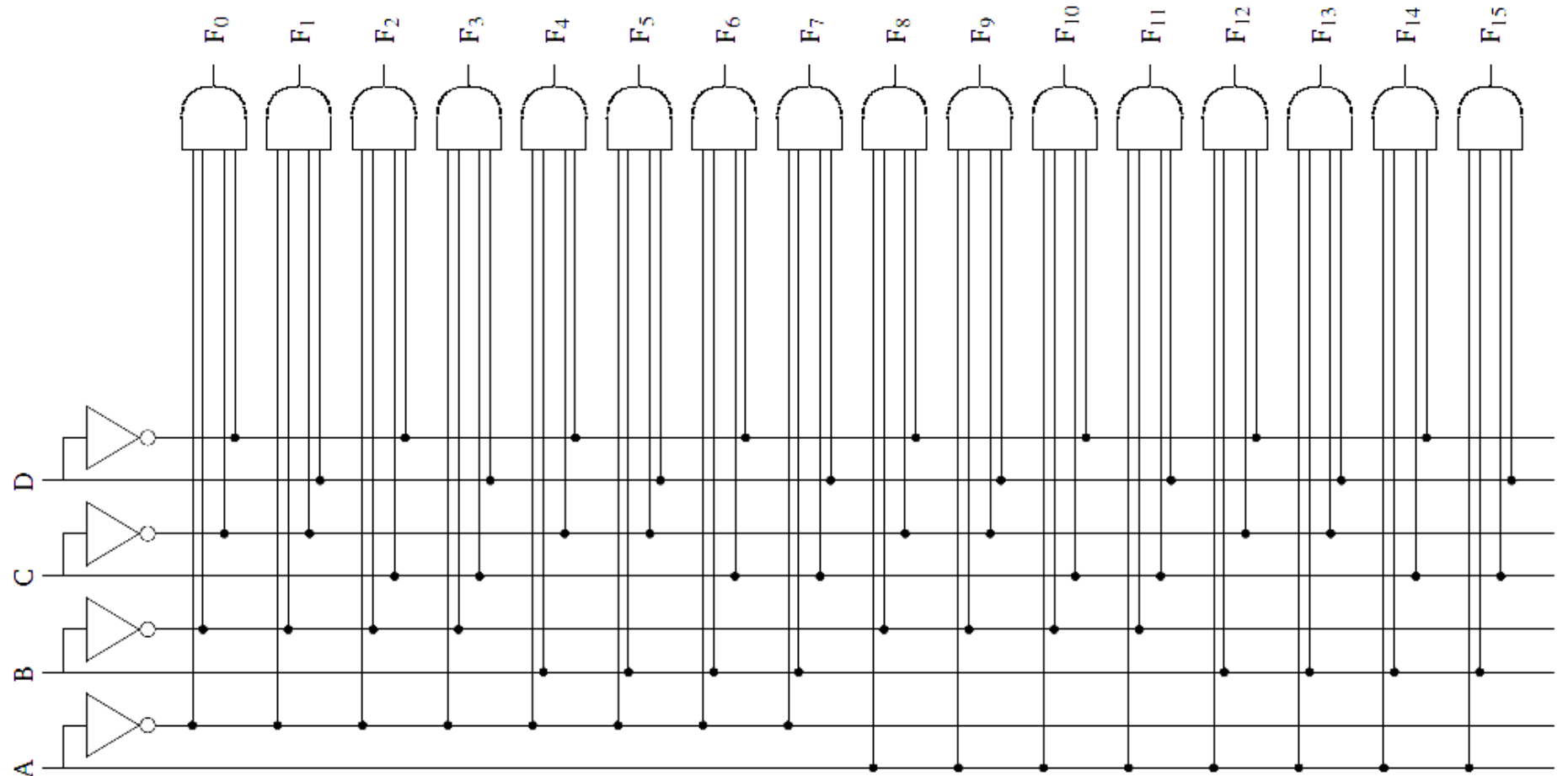


# Пример – Декодирање BCD цифара

Ulaz				Izlaz															
A	B	C	D	Dekadne cifre									Greška						
				F <sub>0</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>5</sub>	F <sub>6</sub>	F <sub>7</sub>	F <sub>8</sub>	F <sub>9</sub>	F <sub>10</sub>	F <sub>11</sub>	F <sub>12</sub>	F <sub>13</sub>	F <sub>14</sub>	F <sub>15</sub>
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1



# Пример – Декодирање *B**C**D* цифара



# Енкодер



- Енкодери су комбинаторне мреже које имају:
  - $2^n$  улаза
  - $n$  излаза
- Представљају инверзну операцију декодера
  - У сваком тренутку је активан највише један улаз
  - Излаз је одређен активним улазом
- Обично се додају
  - контролни улаз који укључује енкодер
  - контролни излаз који је активан ако су активни
    - контролни улаз и
    - бар један улазни бит

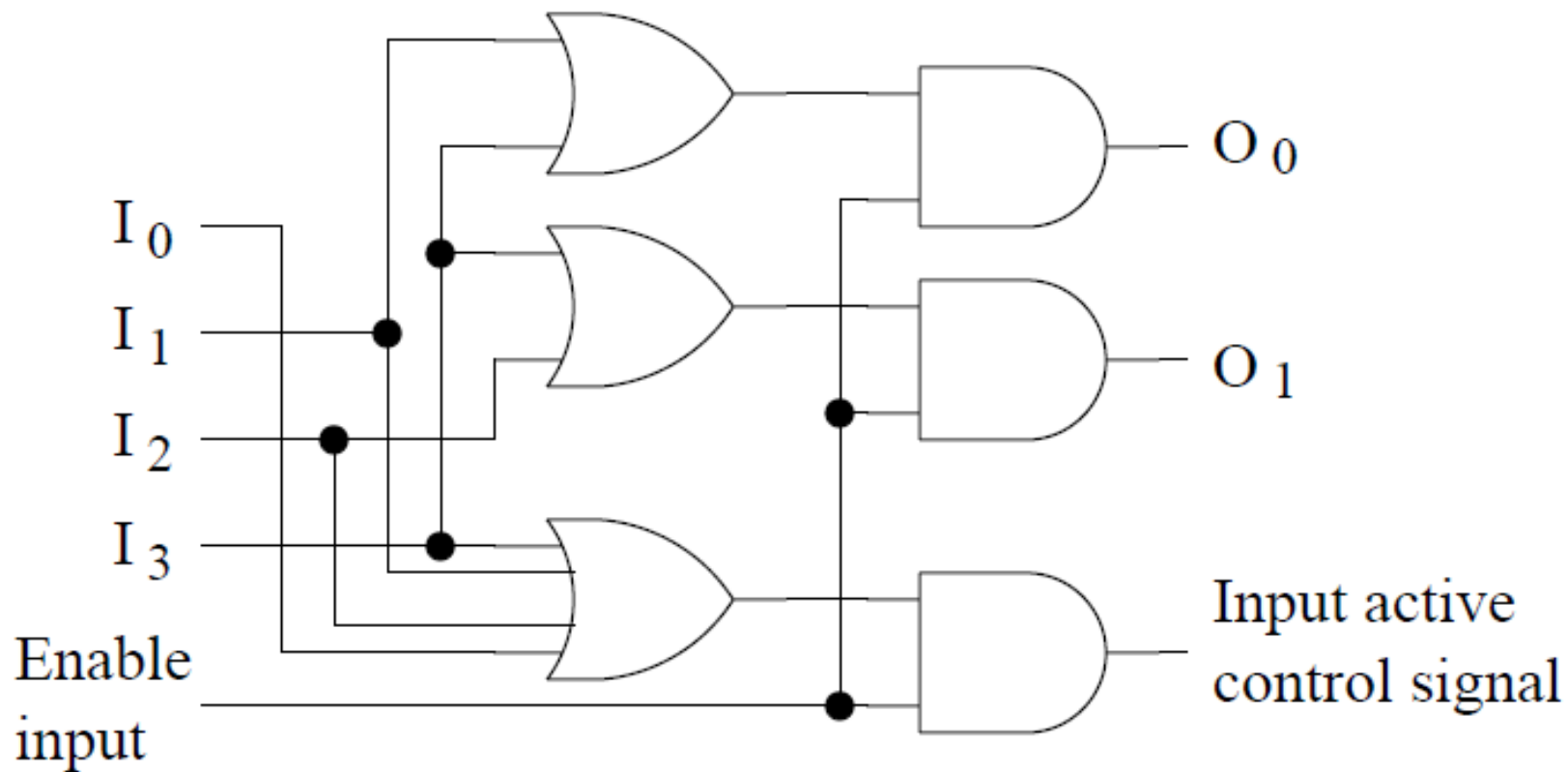


# Пример енкодера

Enable input	$I_3$	$I_2$	$I_1$	$I_0$	$O_1$	$O_0$	Input active control signal
0	X	X	X	X	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1	1



# Пример енкодера



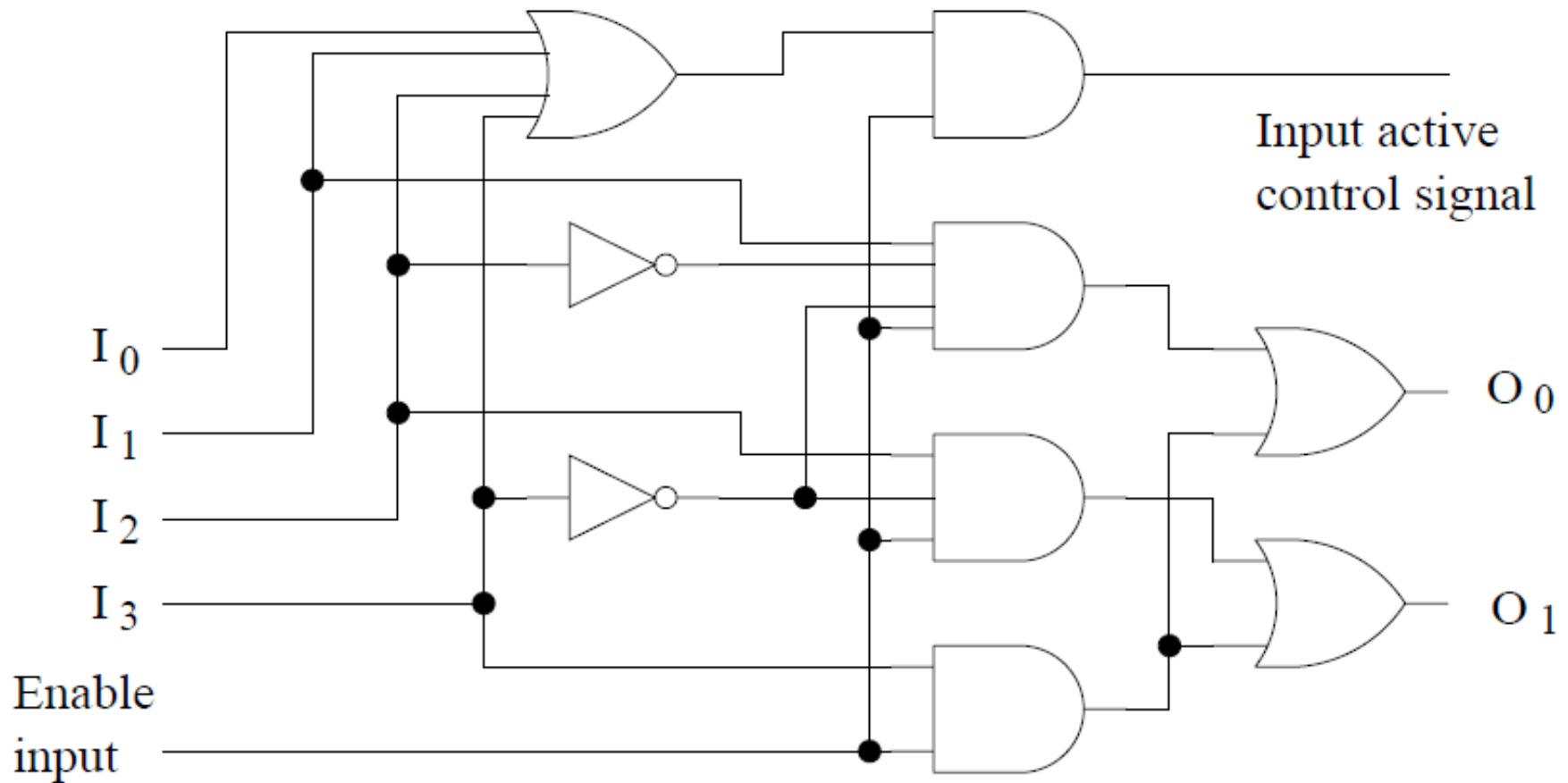


# Енкодер са приоритетом

- У одређеним случајевима се, ако је неки улаз активан, неки други улази могу игнорисати:

Enable input	I <sub>3</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>0</sub>	O <sub>1</sub>	O <sub>0</sub>	Input active control signal
0	X	X	X	X	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	X	0	1	1
1	0	1	X	X	1	0	1
1	1	X	X	X	1	1	1

# Енкодер са приоритетом



# Компаратор



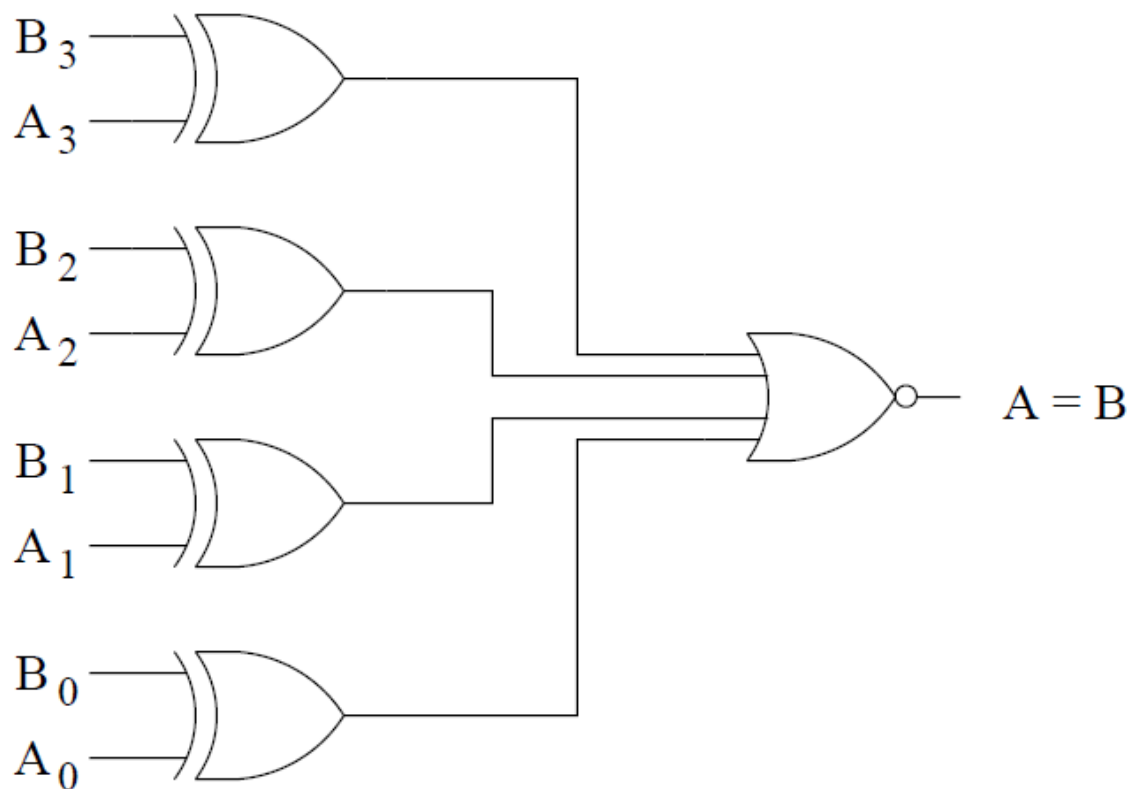
- Компаратори су мреже које пореде два низа битова на одговарајући начин
- Имају:
  - $2 \times n$  улаза
  - одговарајући број излаза, зависно од врсте поређења
- Примери:
  - поређење једнакости – довољан је један излаз
  - поређење величине броја – довољна су два излаза, али се обично користе три
  - поређење са проширењем – ако се пореде бројеви који имају  $m \times n$  битова, улазна информација обухвата и резултат поређења претходне групе од  $n$  битова





# Компаратори – једнакост

- Поређење једнакости се обично изводи помоћу *XOR* елемената
- Поредимо једнакост два низа од 4 бита:



# Компаратори – поређење

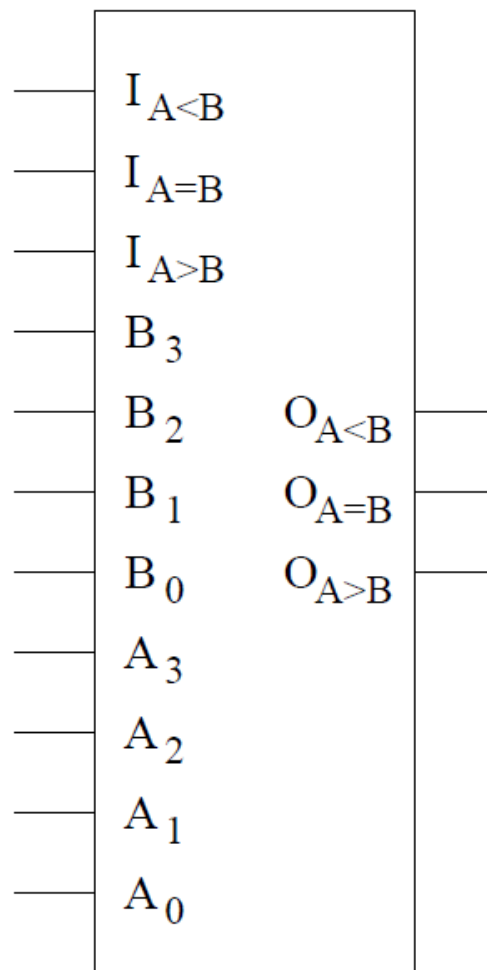
---



- Поређење два 4-битна броја, за вежбање



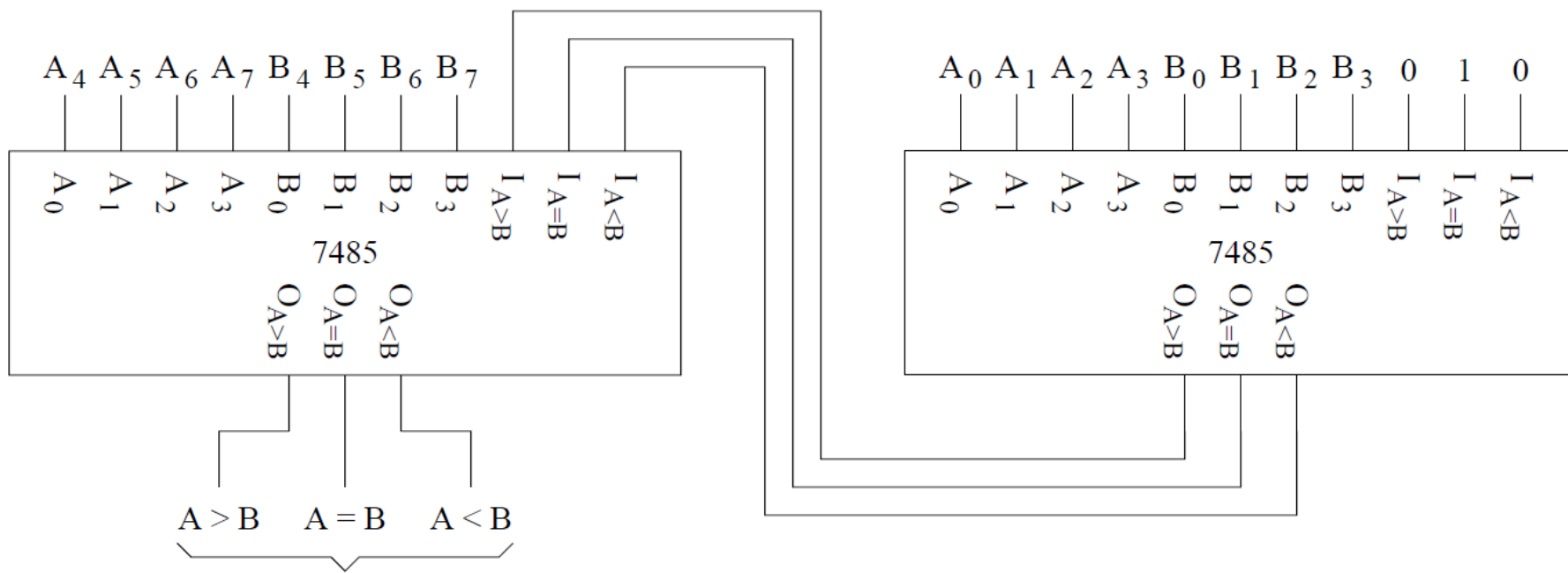
# Компаратори – поређење са проширењем





# Компаратори – поређење са проширењем

- Поређење два неозначена 8-битна цела броја помоћу два компаратора дужине 4:



# Сабирачи

---



- Сабирачи су комбинаторне мреже које се користе при имплементацији сабирања

# Бинарни полусабирач

---

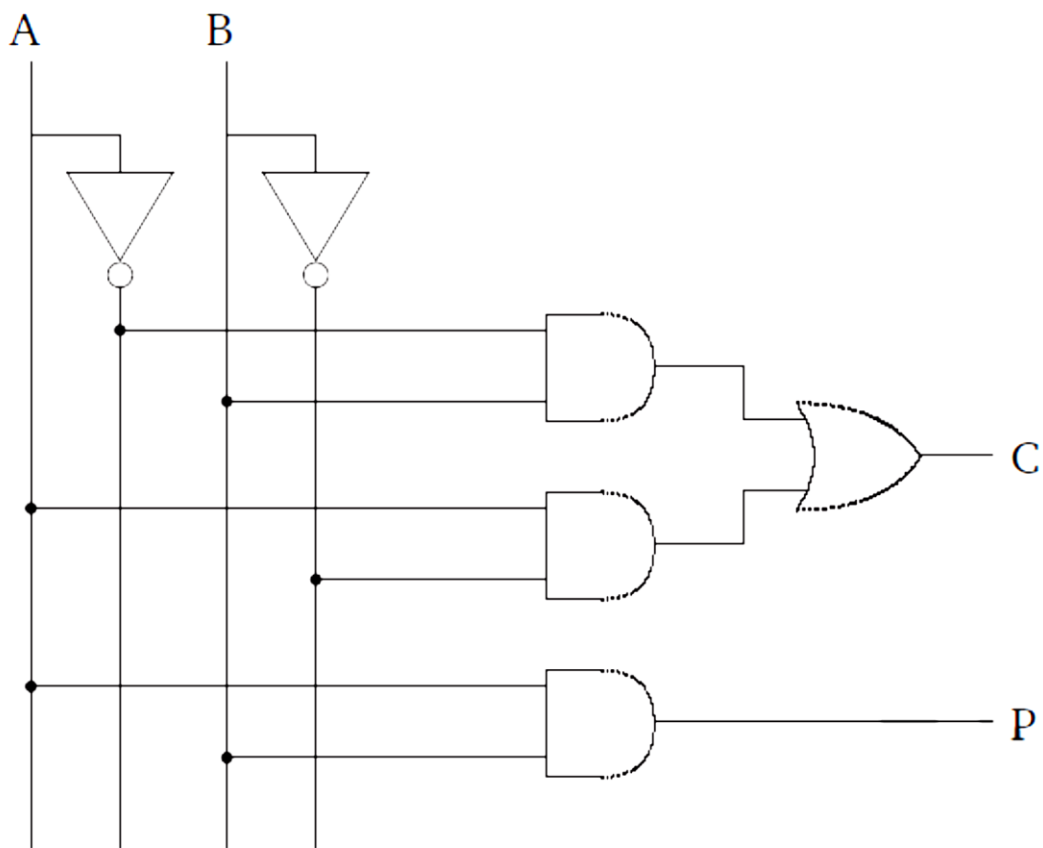
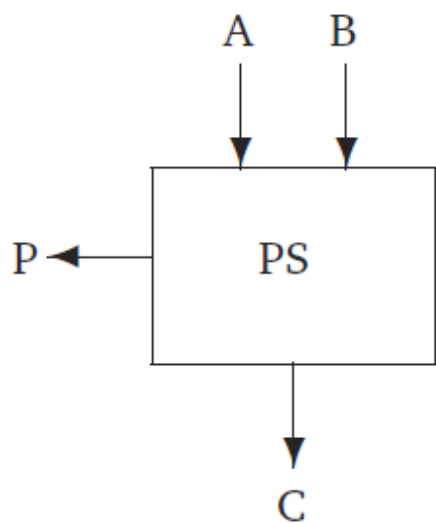


- Бинарни полусабирач је комбинаторна мрежа која сабира два једноцифрена бинарна броја
  - Улази су два једноцифрена броја
  - Излази су један бит резултата и један бит преноса



# Бинарни полусабирач

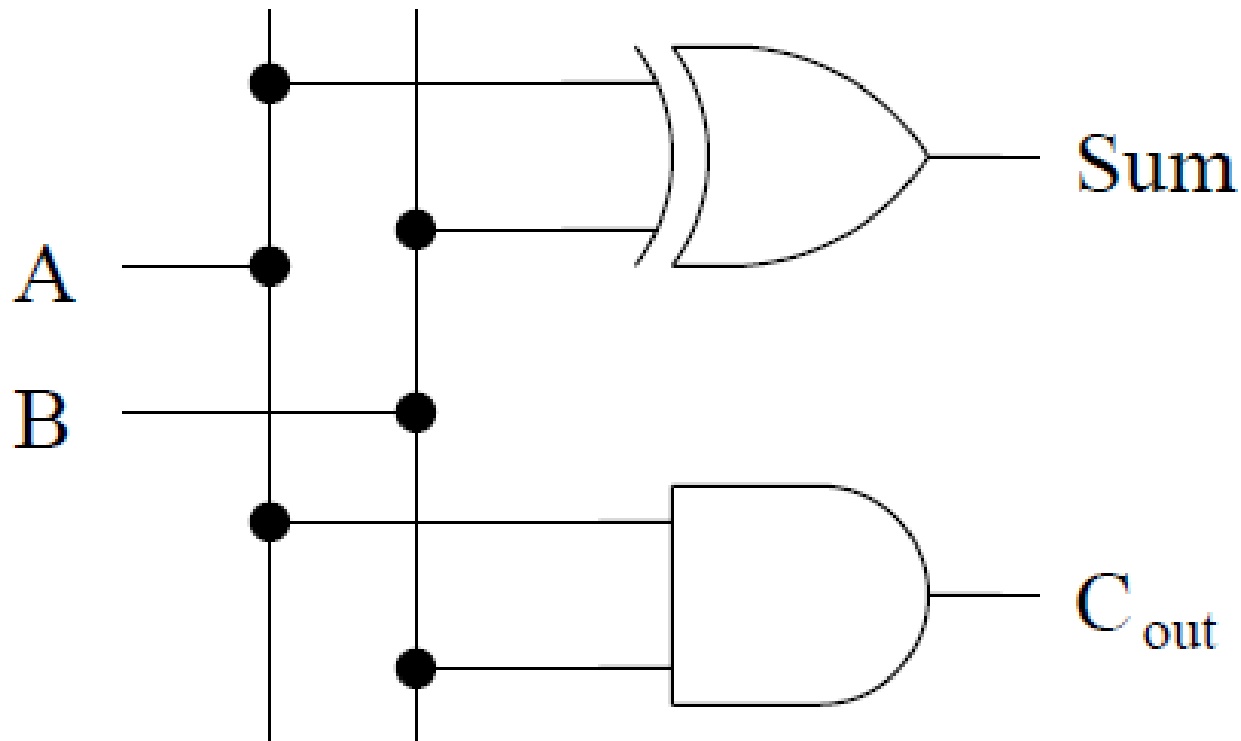
A	B	C	P
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1





# Бинарни полусабирач

- Задатак: оптимизовати бинарни полусабирач





# Бинарни сабирач

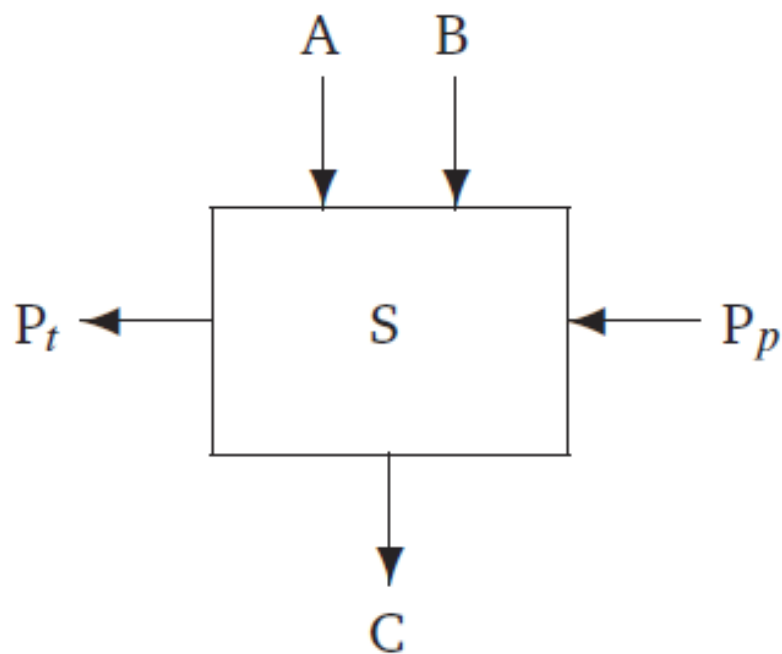
---



- Бинарни сабирач је комбинаторна мрежа која сабира два једноцифрена бинарна броја и дати пренос
  - Улази су два једноцифрена броја и један бит преноса
  - Излази су један бит резултата и један бит преноса
- Задатак: минимизовати бинарни сабирач

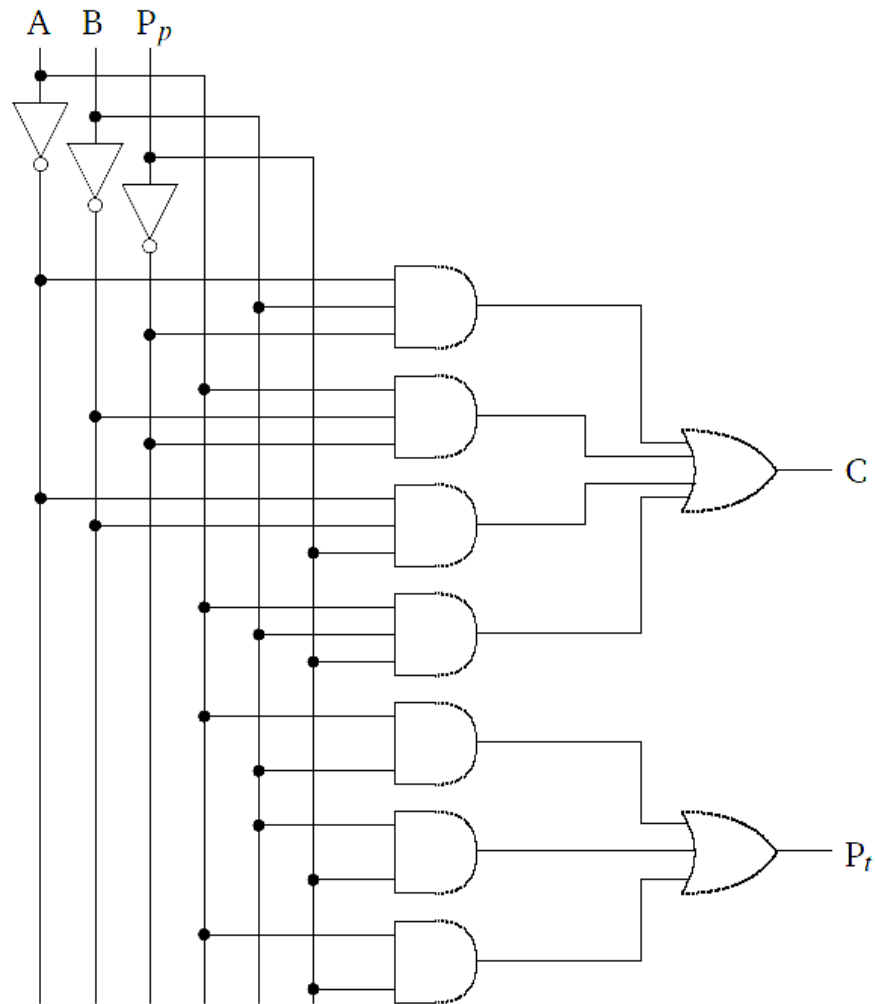


# Бинарни сабирач



$P_p$	A	B	C	$P_t$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

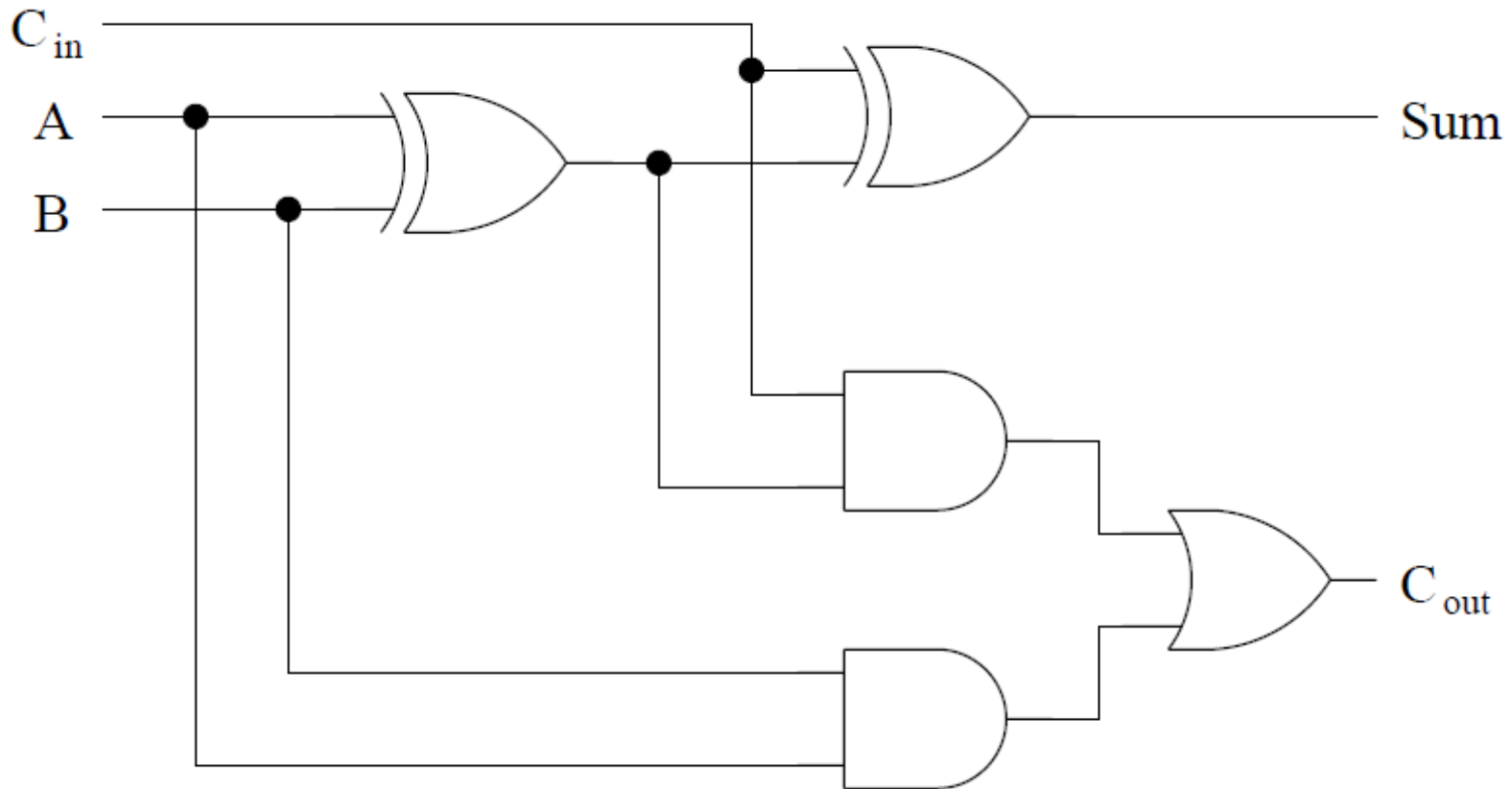
# Бинарни сабирач



# Бинарни сабирач



- Задатак: оптимизовати бинарни сабирач



# Сложени сабирач

---

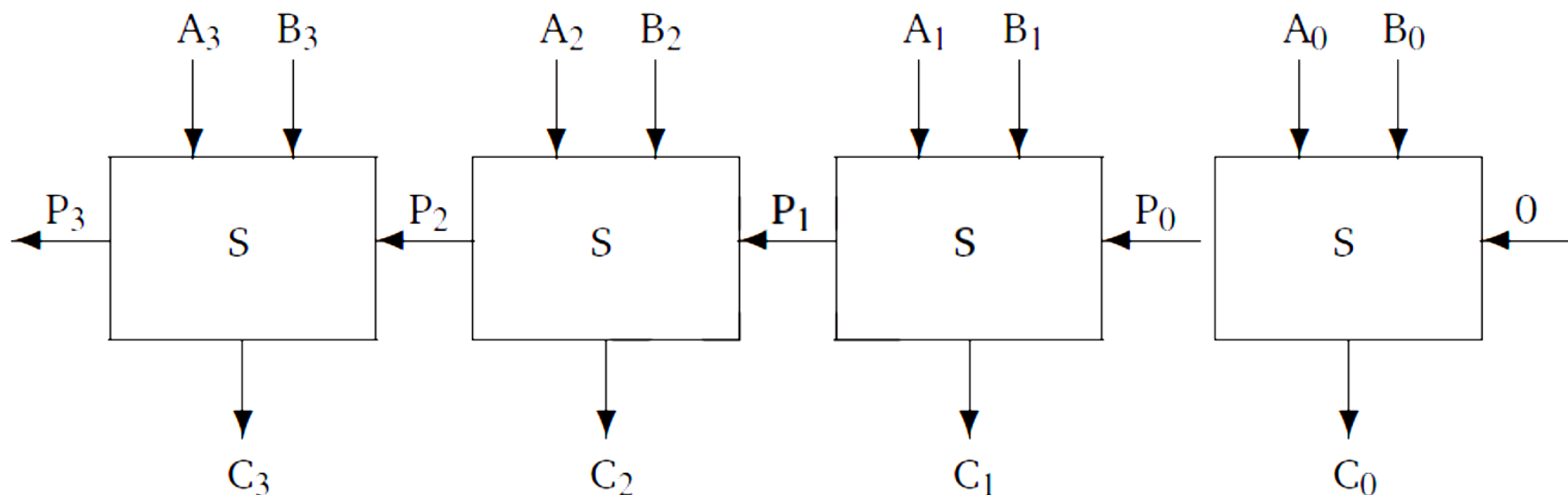


- Сложени сабирач (или *вишебитни сабирач*) је комбинаторна мрежа која сабира два вишецифрена бинарна броја и дати пренос
- Имплементира се помоћу више бинарних сабирача



# Сложени сабирач

- Сабирање два 4-битна броја, са прекорачењем





# Проблем ефикасности

---

- Ако претпоставимо да сваки елемент производи кашњење од око  $5ms$ , онда један оптимизован сабирач производи кашњење од  $15ms$
- Тада би 16-битни сабирач са постепеним рачунањем преноса имао кашњење од  $16 \times 15 = 240ms$
- Да би се кашњење смањило, приступа се *рачунању преноса унапред*



# Рачунање преноса унапред

- Први пренос се рачуна као:

$$P_0 = A_0 B_0$$

- Други пренос се рачуна као:

$$P_1 = A_1 B_1 + (A_1 + B_1) P_0$$

- Ако заменимо први...

$$\begin{aligned} P_1 &= A_1 B_1 + (A_1 + B_1) A_0 B_0 \\ &= A_1 B_1 + A_1 A_0 B_0 + B_1 A_0 B_0 \end{aligned}$$

- Слично, други пренос је:

$$\begin{aligned} P_2 &= A_2 B_2 + (A_2 + B_2) P_1 \\ &= A_2 B_2 + (A_2 + B_2) (A_1 B_1 + (A_1 + B_1) A_0 B_0) \\ &= A_2 B_2 + (A_2 + B_2) (A_1 B_1 + (A_1 + B_1) A_0 B_0) \end{aligned}$$

- и тако даље ...





# Рачунање преноса унапред

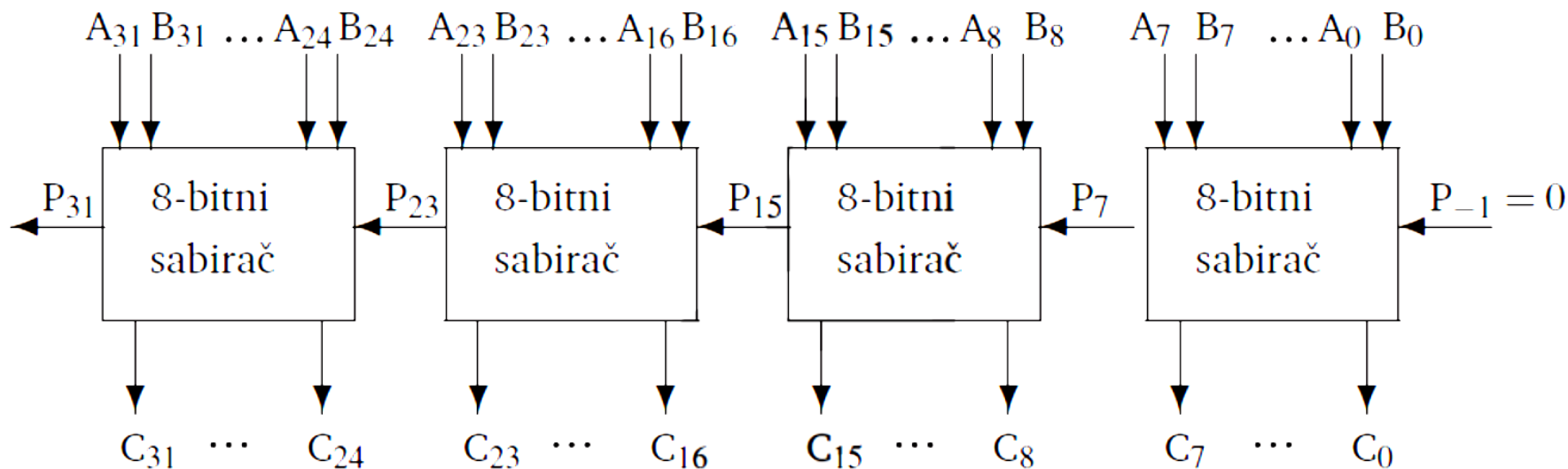
---

- Очигледно је да се рачунање преноса унапред значајно компликује са сваким кораком
- Сложеност чини имплементацију непрактичном за више од 8 битова
- Уобичајено се пренос рачуна за 4 или 8 битова унапред



# Рачунање преноса унапред

- Имплементација 32.битног сабирача помоћу 4 8-битна сабирача





# Програмабилни низ логичких елемената

- Прва интегрисана кола су имала до 10 логичких елемената
- Свако коло је обликовано према намени
- Повећавање степена интеграције и броја уграђених логичких елемената је довело до повећавања броја различитих кола и отежавало производњу
- Одатле је настала потреба за развијање техника за производњу интегрисаних логичких кола опште намене, која се лако могу прилагодити специфичним потребама (тј. *програмирати*)



# Програмабилни низ лог ел. (2)

- Програмабилни низ логичких елемената (енгл. *Programmable Logic Array - PLA*) почива на примени СДНФ
- Како се свака логичка функција може изразити у облику СДНФ, најопштија форма је да се:
  - сваки улаз “повеже” са НЕ елементом
  - сваки улаз и његова негација “повеже” са И елементима
  - сваки излаз из И елемента се “повеже” са ИЛИ елементима
  - излази ИЛИ елемената представљају излазе логичког кола



# Програмабилни низ лог ел. (3)

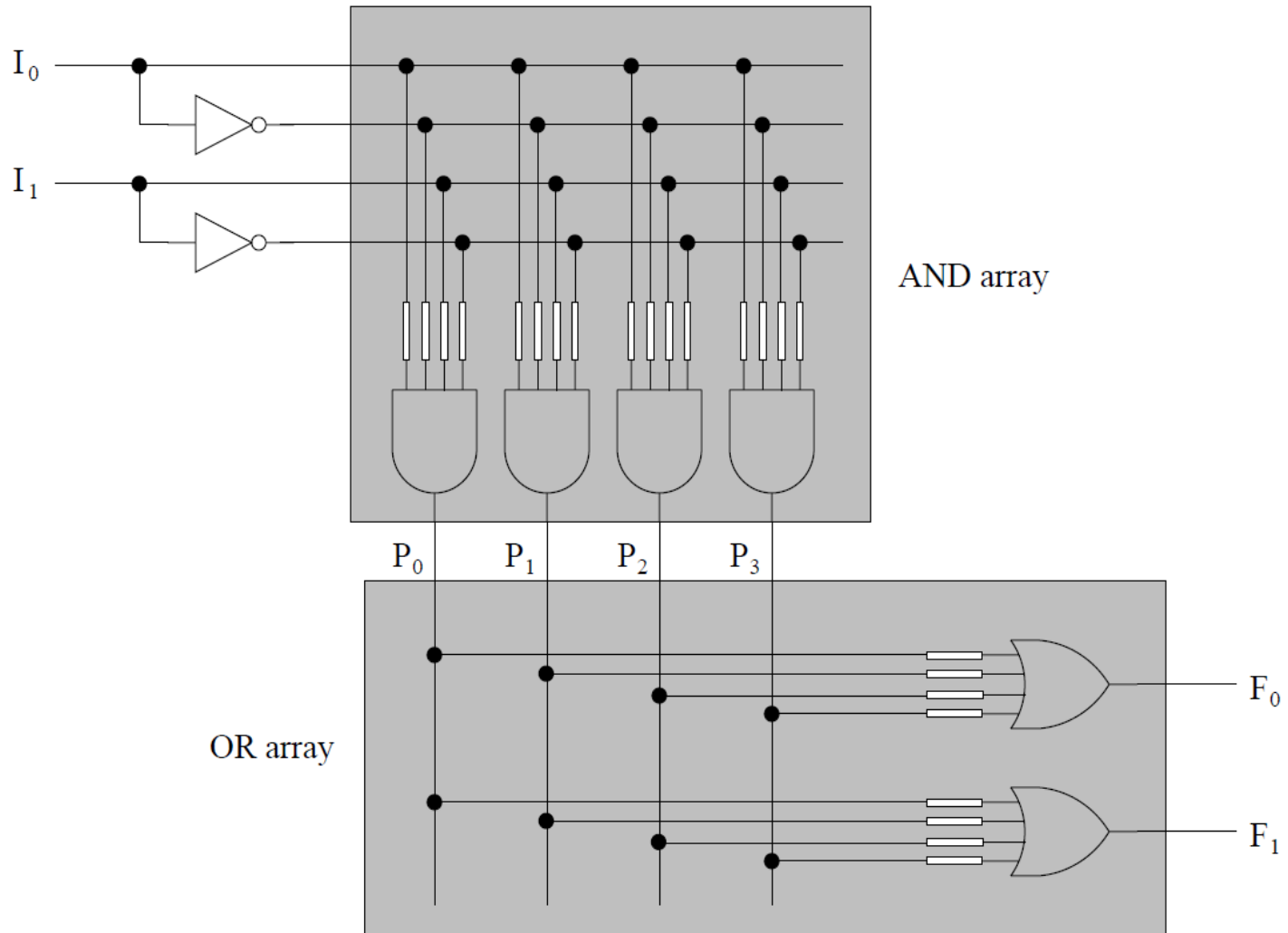
- Назив потиче из чињенице да се имплементација састоји од два низа елемената
  - низа И елемената и
  - низа ИЛИ елемената
- Ако има  $n$  улаза и  $m$  излаза, потребно је:
  - до  $2^n$  И елемената са по  $2n$  улаза
  - $m$  ИЛИ елемената са до  $2^n$  улаза



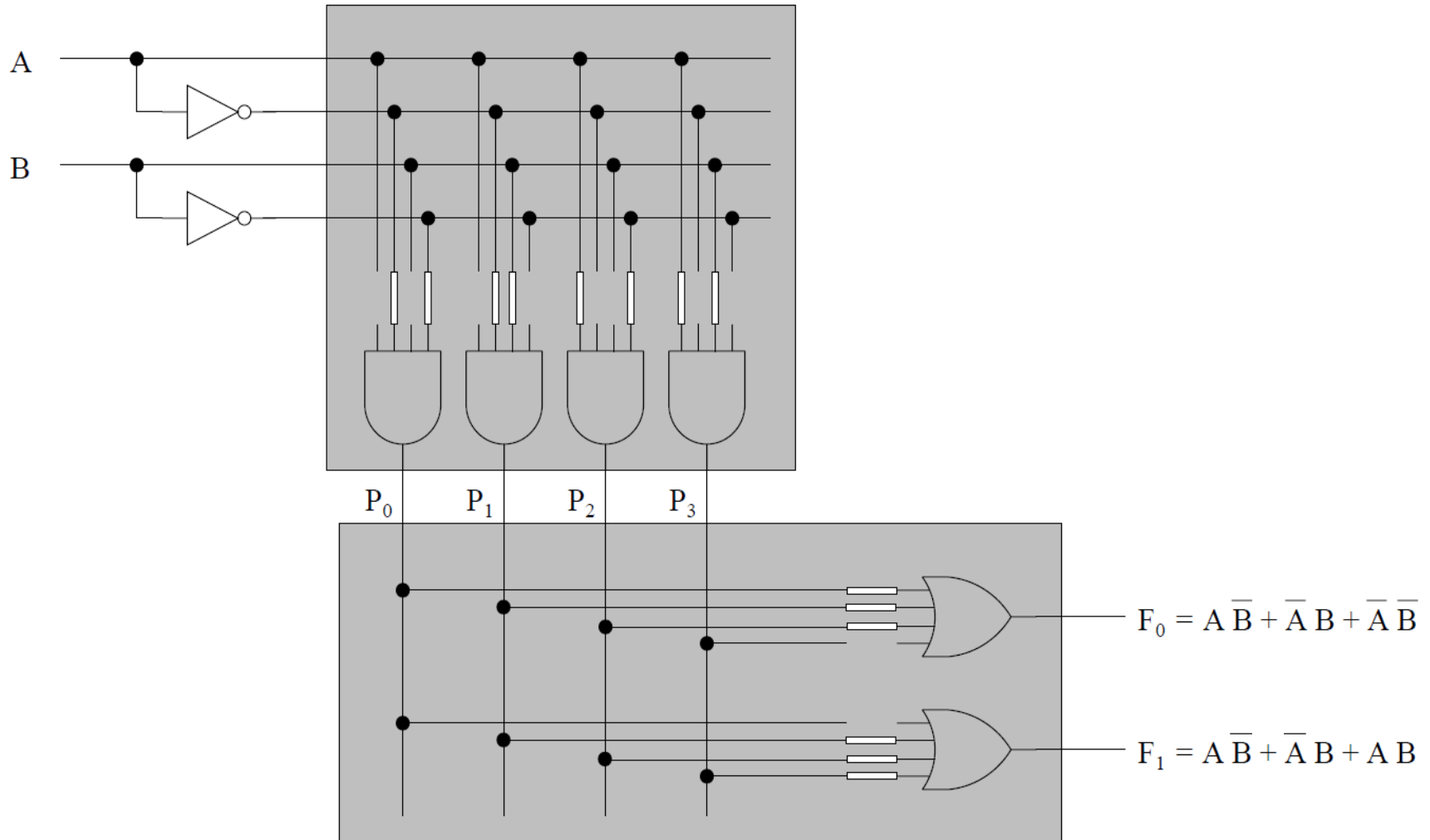
# Програмабилни низ лог ел. (4)

- На сваком од улаза у И и ИЛИ елементе постоји по *прекидач*
- Програмирање се постиже искључивањем прекидача
- Прекидачи се по правилу искључују једнократно
  - уобичајено је њихово спаљивање пропуштањем јаке ел. струје
- Имплементацијом се обезбеђује да се искључени прекидачи понашају као активни (1) улази за И кола и неактивни (0) улази за ИЛИ кола

# Пример ПНЛЕ



# Пример ПНЛЕ (2)





# Поједностављена нотација

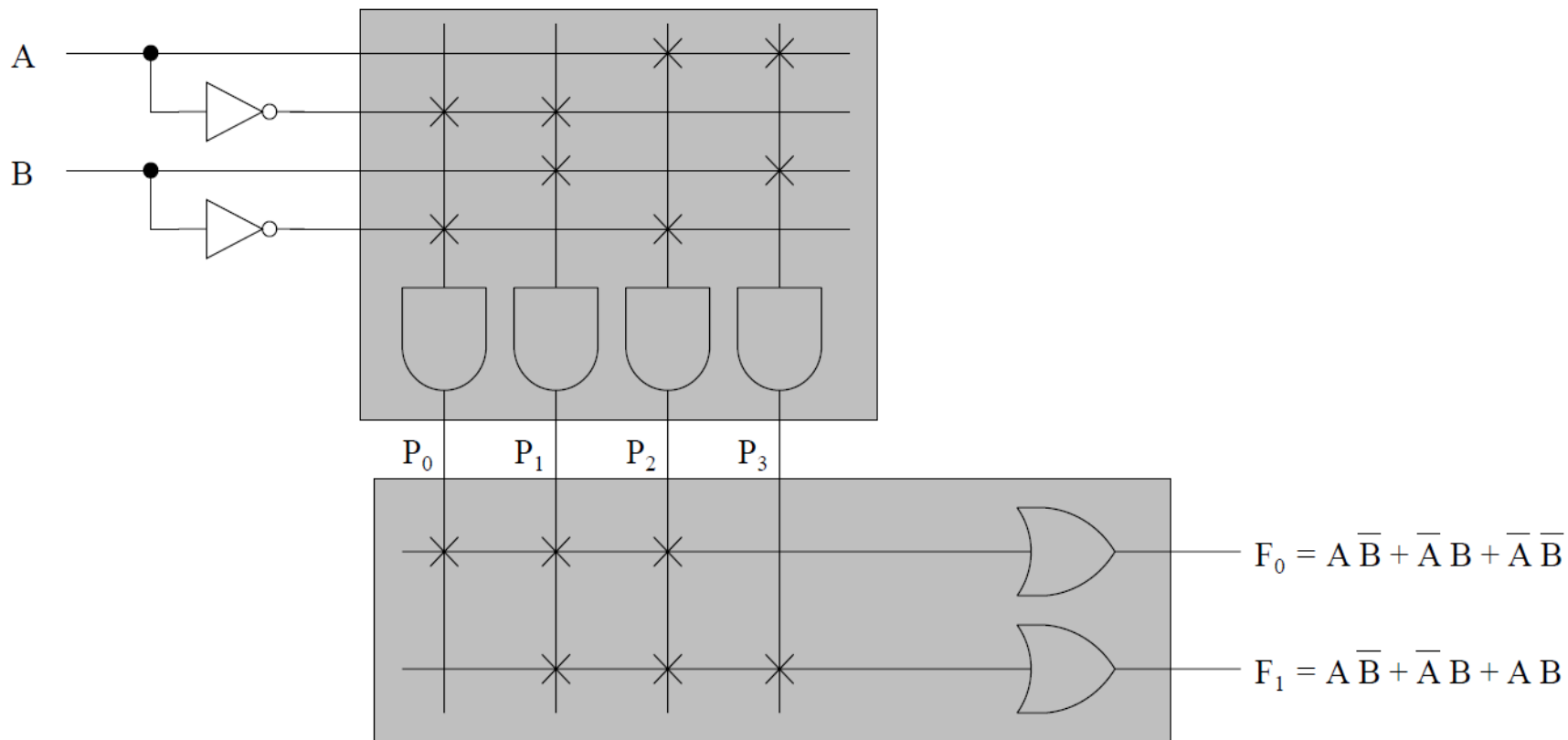
---



- Да би се олакшало приказивање ПНЛЕ, уводи се нотација која претпоставља
  - изостављање прекидача из приказа
  - означавање проходних пресека водова са  $X$



# Пример ПНЛЕ (2)

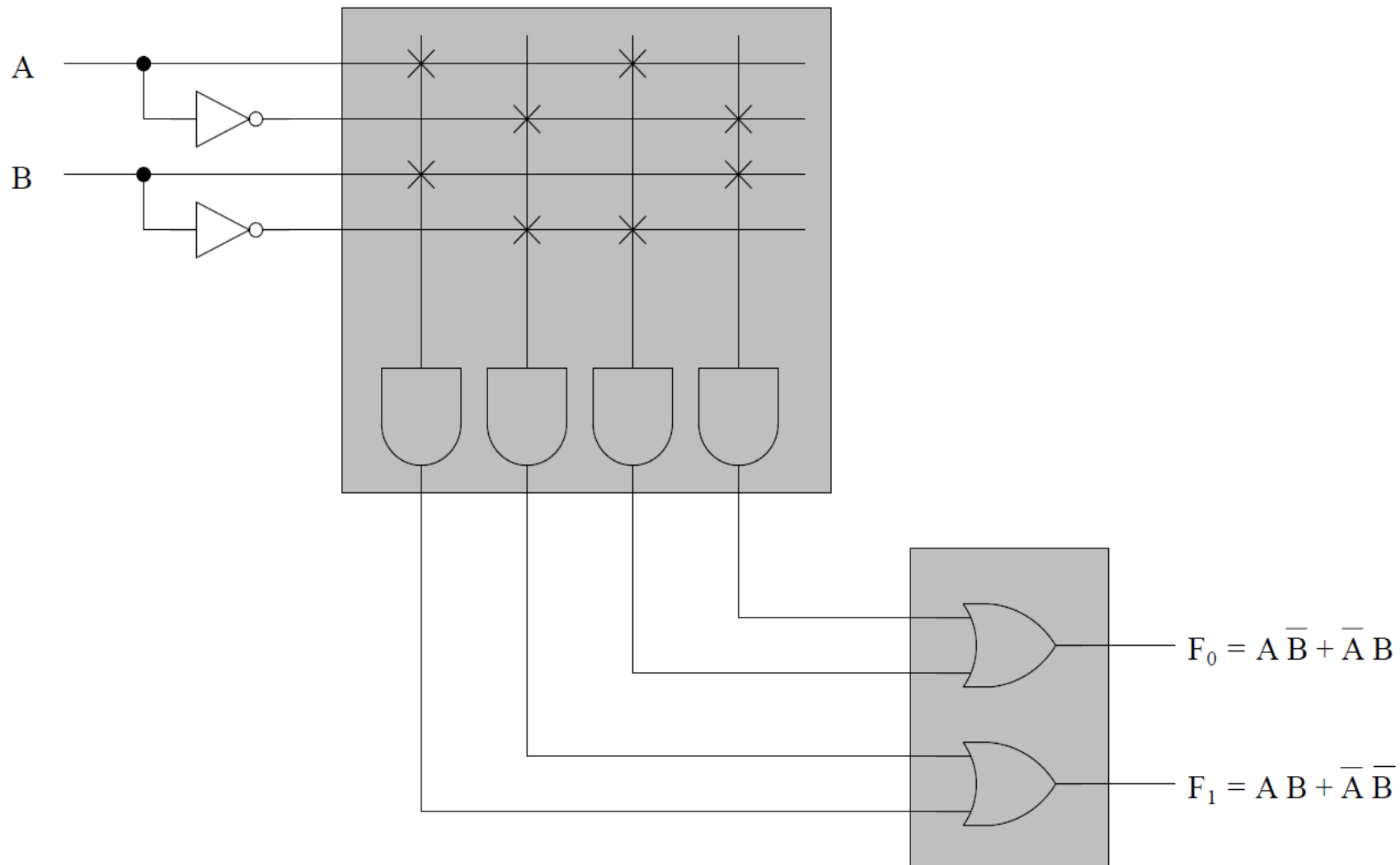


# Уређаји са програмибилним низом елемената



- Један од основних проблема у вези ПНЛЕ је висока цена уградње великог броја прекидача:
  - до  $2(n + m) \times 2^n$
- Један начин решавања је елиминисање прекидача на улазима ИЛИ елемената
  - фиксирају се везе И и ИЛИ елемената
  - задржава се релативно висок ниво флексибилности
    - извесно нижи него у случају ПНЛЕ
- Такво решење се назива “Уређај са програмибилним низом логичких елемената” (енгл. *Programmable Array Logic Device - PAL*)

# Пример





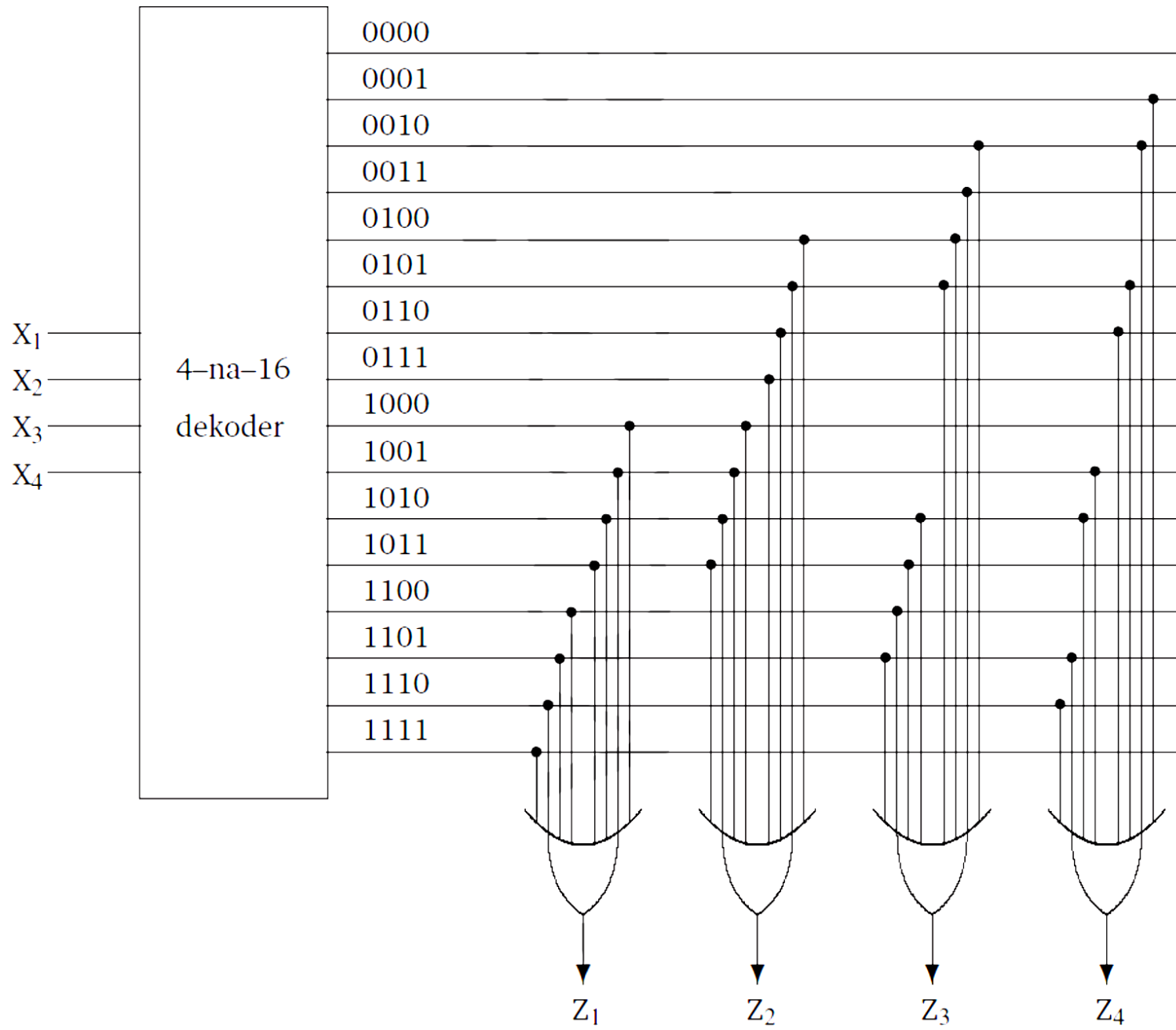
# Меморија само за читање

- Комбинаторне мреже се називају и “мреже без меморије”, зато што резултати зависе искључиво од улаза
- Ипак, могу се употребљавати за имплементацију меморија које служе само за читање (*ROM*)
- Ако је дужина адресе  $n$  битова, а податка  $m$  битова, онда се имплементира помоћу:
  - декодера  $n$ -на- $2^n$ , који препознаје адресу
  - низа од  $m$  ИЛИ елемената, који дају битове податка у зависности од адресе



# Пример ROM-а

Ulaz				Izlaz			
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0



# Литература

---



- **Ненад Митић, Увод у организацију рачунара, Математички факултет, 2009.**
- **Sivarama Dandamudi, *Fundamentals of Computer Organization and Design*, Springer, 2002.**