Увод у организацију и архитектуру рачунара 1

Александар Картељ

kartelj@matf.bg.ac.rs

Запис података

- Подаци могу бити:
  - Нумерички
    - Цели бројеви
    - Бинарно кодирани декадни бројеви
    - Реални бројеви у фиксном зарезу
    - Реални бројеви у покретном зарезу
  - Знаковни (алфанумерички)
- Груписањем ових података даље можемо представљати:
  - Текст
  - Слике
  - Звукове
  - Видео садржај, ...

Мерне јединице података

Broj bitova	Heksad. cifara	Broj bajtova	Naziv	Heksadekadna adresa poravnanja prvog bajta
1	1/4	1/8	Bit	Nije direktno adresiv
4	1	1/2	Polubajt	Nije direktno adresiv
8	2	1	Bajt	Bilo koja adresa
16	4	2	Polureč	0, 2, 4, 6, 8, A, C, E, ...
32	8	4	Reč	0, 4, 8, C, ...
64	16	8	Dvostruka reč	0, 8, ...

Бројевни системи

1. **Непозициони –** цифра има исту вредност без обзира на позицију у запису броја
2. **Позициони –** вредност цифре зависи од њене позиције у запису броја

Позициони бројевни систем

- Број је представљен путем ниске цифара
- Цифра на позицији i има придружену тежину N^i
- N се назива основа (база) бројевног система
- Општа форма броја у таквом систему се записује:

$$(\ldots a_3 a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} a_{-3} \ldots)_N$$

- Опсег вредности за било коју цифру a_i је цео број из опсега $0 \leq a_i < N$

Вредност броја

- Вредност записаног броја се најчешће рачуна према формули:

$$(\ldots a_3 a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} a_{-3} \ldots)_N =$$

$$\ldots + a_3 N^3 + a_2 N^2 + a_0 N^0 + a_{-1} N^{-1} + \ldots$$

Неки битнији позициони системи

- Унарни систем – цифра {1}
  - $(11111)_1=(5)_{10}$
- Бинарни систем – цифре {0, 1}
  - Користи се у савременим дигиталним рачунарима
  - Пример: $(01110)_2 = 0x2^4+1x2^3+1x2^2+1x2^1+0x2^0 = (8)_{10}+(4)_{10}+(2)_{10}=(14)_{10}$
- Троични систем – цифре {0, 1, 2}
- Балансирани троични систем – цифре {-1, 0, 1}
  - Пример: $(110\text{-}11)_{bt} = 1x3^4+1x3^3+0x3^2-1x3^1+1x3^0 = (81)_{10}+(27)_{10}-(3)_{10}+(1)_{10} = (106)_{10}$
- Октални систем – цифре {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

Неки битнији позициони системи (2)

- Декадни систем користи цифре {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
  - Људи највише користе овај систем, зашто?
- Хексадекадни систем користи {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}
  - Пример: $(CDE92)_{16}=12x16^4+13x16^3+14x16^2+9x16^1+2x16^0$
    $=(786432)_{10}+(53248)_{10}+(3584)_{10}+(144)_{10}+(2)_{10}=(843410)_{10}$
  - Такође битан у рачунарству
- Систем са негативном основом – основа *r* може бити негативна
  - Какве су последице, нпр. Израчунати декадну вредност броја $(123)_{-5}$?
- Систем са променљивом основом – вредности позиција се задају
  - Нпр. Израчунати вредност броја 1234 у основи (1,2,1,4)?

Законитости позиционих система

- Повећањем основе бројевног система смањује се дужина записа
- У свим бројевним системима се број који представља основу записује као 10
  - Пробајте нпр. за основе 2, 4, -13, ...

Запис разломљених бројева

- Запис у којем тачка основе раздваја цео део од разломљеног
- Запис помоћу *n* цифара:
  - Где је са *m* цифара записан разломљни део
  - А са *m*-*n* цифара цео део
  - Грешка уколико је *m* веће од *n*
- Два типа записа:
  - Фиксни зарез – тачка (зарез) увек на истом месту
  - Покретни зарез – тачка (зарез) се „шета“
    - Број се записује као уређен пар (F,E) где су и F и E представљени у фискном зарезу
    - Вредност се добија по формули $F \times N^E$

Разломљени бројеви – фиксни зарез

Broj	Format zapisa			
	7.4	5.3	6.1	8.0
	---.----	--.---	-----.-	--------.
$(1.3543)_{10}$	␣␣1.3543	␣1.354	␣␣␣␣1.3	␣␣␣␣␣␣␣1.
$(12.7)_{10}$	␣12.7000	12.700	␣␣␣12.7	␣␣␣␣␣␣12.
$(1347)_{10}$	********	******	␣1347.0	␣␣␣␣1347.
$(123.456)_{8}$	123.4560	******	␣␣123.4	␣␣␣␣␣123.
$(AB.1)_{16}$	␣AB.1000	AB.100	␣␣␣AB.1	␣␣␣␣␣␣AB.
$(1011.1101)_{2}$	********	******	␣1011.1	␣␣␣␣1011.
$(0.1101)_{2}$	␣␣0.1101	␣0.110	␣␣␣␣0.1	␣␣␣␣␣␣␣0.

Разломљени бројеви – покретни зарез

Broj	Neki mogući zapisi		
	Zapis 1	Zapis 2	Normalizovan zapis
$(13.543)_{10}$	(13.543, 0)	(0.13543,+2)	(1.3543,+1)
$(12.7)_{10}$	(127000.0,-4)	(0.00127,+4)	(1.27,1)
$(5347)_{10}$	(53470.,-1)	(0.005347,+6)	(5.347,+3)
$(123.22)_4$	(12322.000,-2)	(0.012322,+10)	(1.2322,+2)
$(AB.1)_{16}$	(AB10.,-2)	(0.000AB1,+5)	(A.B1,+1)
$(1011.1101)_2$	(10111101,-100)	(10.111101,+10)	(1.0111101,+11)
$(0.1101)_2$	(110.10,-11)	(1101.0,-100)	(1.101,-1)

Превођење бројева у друге основе

- Задатак је број дат у основи *N:*

  $(X)_N = x_n x_{n-1} \ldots x_0 . x_{-1} \ldots x_{-m}$

  Превести у број са основом *M:*

  $(X)_N = y_p y_{p-1} \ldots y_0 . y_{-1} \ldots y_{-q}$

- Јасно је да ће се током тог поступка и број цифара, као и њихове ознаке највероватније променити
- Одвојено се преводи цео и разломљени део

Превођење целих бројева

- Поступак:
  - Вршимо целобројно дељење броја $(X)_N$ бројем M док год је то могуће
  - Током тог поступка памтимо у сваком кораку остатак при дељењу
  - На крају прочитамо списак остатака при дељењу у обрнутом редоследу

i	0	1	2	...	p
X_i	X_0	X_1	X_2	...	X_p
y_i	y_0	y_1	y_2	...	y_p

$\longleftarrow$ smer čitanja cifara

X_{i+1} – celobrojni deo količnika X_i/M
y_i – ostatak pri ovom deljenju

Превођење целих бројева (2)

1. $94_{10} \longrightarrow (1011110)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6
X_i	94	47	23	11	5	2	1
y_i	0	1	1	1	1	0	1

2. $AB_{16} \longrightarrow (10101011)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6	7
X_i	AB	55	2A	15	A	5	2	1
y_i	1	1	0	1	0	1	0	1

3. $(101110)_2 \longrightarrow (2E)_{16}$

i	0	1	2
X_i	101110	10	0
y_i	1110	10	0

Превођење разломљеног дела

- Поступак:
  - Вршимо множење броја $(X)_N$ бројем M и сваки пут уклањамо цео део уколико постоји
  - Притом памтимо разломљени део за следећи корак
  - Када се разломљени део изједначи са 0, онда смо добили тачан број
  - Алтернативно, разломљени део не мора да се изједначи са 0, онда смо добили само апроксимацију броја

Превођење разломљеног дела (2)

1. $(0{,}84375)_{10} \longrightarrow (0{,}11011)_2$

i	0	1	2	3	4	5
X_{-i}	0,84375	0,68750	0,3750	0,750	0,50	0,00
y_{-i}	0	1	1	0	1	1

2. $(0,4)_{10} \approx (0,011001100\ldots)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_{-i}	0,4	0,8	0,6	0,2	0,4	0,8	0,6	0,2	0,4	0,8
y_{-i}	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0

3. $(0,4)_{10} \approx (0,1212\ldots)_4$

i	0	1	2	3	4
X_{-i}	0,4	0,6	0,4	0,6	0,4
y_{-i}	0	1	2	1	2

Олакшано превођење

- У случајевима када је $N = M^s$, $s>1$, може се користити олакшано превођење
- Тада се број $(X)_N$ може поделити на сегменте од по s цифара, и сваки сегмент превести независно
- Ово се односи и на цео и на разломљени део
- Олакшано се може преводити и у супротном смеру $M \rightarrow N$

Олакшано превођење (2)

- Превођење из бинарног у хексадекадни и обратно

0000 = 0	0100 = 4	1000 = 8	1100 = C
0001 = 1	0101 = 5	1001 = 9	1101 = D
0010 = 2	0110 = 6	1010 = A	1110 = E
0011 = 3	0111 = 7	1011 = B	1111 = F

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{ABC{,}DE})_{16} &\longrightarrow (1010|1011|1100{,}1101|1110)_2 \\
&\longrightarrow (101010111100{,}11011110)_2
\end{aligned}
$$

Олакшано превођење (3)

- На индиректан начин се, дакле, може превести из у хексадекадног у октални преко бинарног

$$
\begin{array}{lcl}
(101010111100{,}11011110)_2 & \longrightarrow & \\
(101|010|111|100{,}110|111|100)_2 & \longrightarrow & (5274{,}674)_8
\end{array}
$$

Запис означених бројева

- Шта је означен, а шта неозначен број?
- Општи принцип репрезентације:
  - Ако је $(X)_N = x_{n-2} \ldots x_0$ неозначен број у систему основе N тада се означен представља помоћу додатне цифре на месту највеће тежине: $Y = +/- X = y_{n-1} y_{n-2} \ldots y_0$
- Познати начини записа су:
  1. Запис са знаком и апсолутном вредности
  2. Запис са комплементом броја
  3. Запис са увећањем

Запис знака и апсолутне вредности

- Број се записује у форми:
  - $Y = +/- X = y_{n-1}y_{n-2}\ldots y_0$ где је са y_{n-1} представљен знак броја а са остатком цифара његова вредност
  - Знак броја је позитиван ако $y_{n-1} = 0$, а негативан у случају $y_{n-1} = N-1$
  - N је основа система
- Пример:

  $(001101)_2 = (13)_{10}$

  $(101101)_2 = (-13)_{10}$

  $(012)_3 = (5)_{10}$

  $(212)_3 = (-5)_{10}$

Запис знака и апсолутне вредности (2)

- Колики је опсег вредности за бројеве дужине m?
- Како се мења знак?
- Да ли сваки број има јединствену репрезентацију?

Запис помоћу комплемента

- Позитивни бројеви се записују исто као у запису знак и апсолутна вредност
- Најчешће се користе два типа комплемента:
  - Непотпуни (или 1-комплемент)
  - Потпуни (2-комплемент)
- У непотпуном се свака цифра замени својом комплементарном
  - Нпр. у бинарном систему се 0→1, а 1→0
  - Негација броја $(001101)_2$ је дакле $(110010)_2$
- У потпуном комплементу се на непотпуни комплемент и са њим се потом сабере вредност 1:
  - Негација броја $(001101)_2 \rightarrow (110010)_2 + (1)_2 = (110011)_2$

Запис помоћу комплемента (2)

- Да ли непотпуни комплемент има јединствену репрезентацију за сваки број?
- Да ли потпуни комплемент има јединствену репрезентацију за сваки број?
- Видећемо код аритметике да потпуни комплемент има одређене предности...

Запис уз додавање увећања

- Специјалан случај записа помоћу комплемента у коме се на вредност комплемента дода константа k
- Вредност k се назива увећање или вишак
- Неки вид уопштења потпуног комплемента

Поређење записа означених бројева

Broj	Znak i apsolutna vrednost	$N-1$-vi komplement	N-ti komplement	Višak 4
$(+127)_{10}$	0127	0127	0127	0131
$(-127)_{10}$	9127	9872	9873	9877
$(+64)_{8}$	064	064	064	070
$(-64)_{8}$	764	713	714	720
$(+AB)_{16}$	0AB	0AB	0AB	0AF
$(-AB)_{16}$	FAB	F54	F55	F59
$(+101)_{2}$	0101	0101	0101	01001
$(-101)_{2}$	1101	1010	1011	11111

Запис знаковних података и текста

- Бројевима (кодовима) се додељују знакови
- Примери неких познатијих знаковних кодова:
  - ASCII – 7 битни код, 8. бит се користи за контролу парности
  - EBCDIC – 8 битни код
  - ISO-8 – 8 битни код, првих 127 позиција као у ASCII
  - UNICODE – 16-битни код
  - UTF-8 – кодирање UNICODE карактера промењивом дужином (од 1-4 бајта)

ASCII код

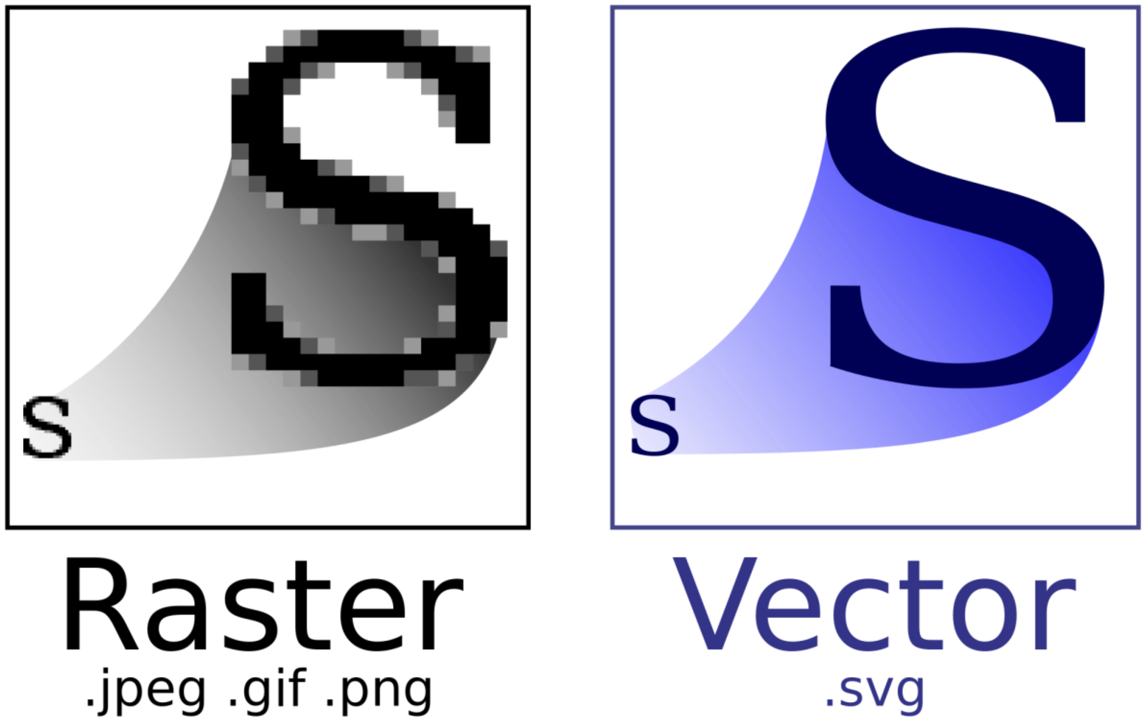
ASCII value	Character	Control character	ASCII value	Character	ASCII value	Character	ASCII value	Character
000	(null)	NUL	032	(space)	064	@	096	
001	☺	SOH	033	!	065	A	097	a
002	☻	STX	034	"	066	B	098	b
003	♥	ETX	035	#	067	C	099	c
004	♦	EOT	036	$	068	D	100	d
005	♣	ENQ	037	%	069	E	101	e
006	♠	ACK	038	&	070	F	102	f
007	(beep)	BEL	039	'	071	G	103	g
008	◘	BS	040	(	072	H	104	h
009	(tab)	HT	041	)	073	I	105	i
010	(line feed)	LF	042	*	074	J	106	j
011	(home)	VT	043	+	075	K	107	k
012	(form feed)	FF	044	,	076	L	108	l
013	(carriage return)	CR	045	-	077	M	109	m
014	♫	SO	046	.	078	N	110	n
015	☼	SI	047	/	079	O	111	o
016	►	DLE	048	0	080	P	112	p
017	◄	DC1	049	1	081	Q	113	q
018	↕	DC2	050	2	082	R	114	r
019	‼	DC3	051	3	083	S	115	s
020	π	DC4	052	4	084	T	116	t
021	§	NAK	053	5	085	U	117	u
022	▬	SYN	054	6	086	V	118	v
023	↨	ETB	055	7	087	W	119	w
024	↑	CAN	056	8	088	X	120	x
025	↓	EM	057	9	089	Y	121	y
026	→	SUB	058	:	090	Z	122	z
027	←	ESC	059	;	091	[	123	{
028	(cursor right)	FS	060	<	092	\	124	¦
029	(cursor left)	GS	061	=	093	]	125	}
030	(cursor up)	RS	062	>	094	^	126	~
031	(cursor down)	US	063	?	095	_	127	⌂

Запис слика

- Два основна механизма:
  - Растерски запис – матрица тачака (пиксела)
  - Векторски запис – описивање објеката (фигура)
- Може се користити и комбиновани запис
- Модели боја:
  - Црно-беле слике – колико података за сваки пиксел?
  - Сиве нијансе (grayscale)
  - Опис свим бојама:
    - RGB (red, green, blue) модел за мониторе – 8 битова, 16 битова, 32 бита, ...
    - CMYK (cyan, magenta, yellow, k-црна) модел за штампаче
    - HSV (hue, saturation, value) модел за обраду слика

Запис слика (2)

- Израчунати потребну количину меморије за слику у резолуцији 800 x 600 која користи RGB модел и по 8 битова за сваку боју?



Запис звука

- Дигитализација (памћење) звука се врши мерењем и записивањем ваздушног притиска у кратким интервалима
- Величина интервала је обрнуто сразмерна брзини узорковања (sampling rate)
- Људско ухо чује распон фреквенција од 20Hz do 20KHz
- Према теорији информација потребно је највише дуплот толико узорковати, у пракси обично 44KHz
- Обично се памти 2 бајта по узорку, што омогућава око 65K амплитуда
- Дакле, минут аудио садржаја би могао да заузима:

  44000 узорака/sec x 60 sec x 2 B/узорку = 528000B ~ 5MB