

## Blok 2 - Dinamičko programiranje

*Napomena:* U svim narednim zadacima dati rekurzivno rešenje i rešenje zasnovano na dinamičkom programiranju.

**Zadatak 1** (10 poena = 4+6) Data je matrica čiji su elementi celi brojevi različiti od nule. Idući od gornjeg levog ugla i krećući se samo jedno polje dole ili desno može se stići do donjeg desnog ugla matrice  $A_{m \times n}$  na više načina. Odrediti barem jednu putanju čiji je broj promena znaka susednih polja minimalan. [MČSM, gl. 17, z. 16]

3	-5	19	1	-11
4	-15	6	14	17
13	13	-6	-1	9
5	4	4	17	17

Ako je sa  $a[i,j]$  označeno optimalno rešenje dolaska do polja  $(i,j)$ , onda je veza za dinamičko programiranje data sa:

$$\left. \begin{array}{l} 0 < \ell'0 < i \\ \mathbb{I} - u \dots \mathbb{I} = i'0 = \ell' \\ \mathbb{I} - u \dots \mathbb{I} = \ell'0 = i \\ 0 = \ell'0 = i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \{0 > (\ell'v[\mathbb{I} - \ell'v])u\delta s \mathbb{I} + [\mathbb{I} - \ell'v]v^{0 > (\ell'v[\ell'v - \mathbb{I}])u\delta s \mathbb{I} + [\ell'v - \mathbb{I}]v}uvu \\ \{0 > ([0'v - \mathbb{I}]v[0'v - \mathbb{I}]v)u\delta s \mathbb{I} + [0'v - \mathbb{I}]v \\ 0 > (\ell'0)v[\mathbb{I} - \ell'0]v)u\delta s \mathbb{I} + [\mathbb{I} - \ell'0]v \\ 0 \end{array} \right\} = [\ell'v]$$

Rešenje se rekonstruiše slično kao kod matrice najmanjih troškova.

**Zadatak 2** (10 poena = 4+6) Dat je niz  $x$  od  $N$  celih brojeva. Naći njegov podniz za koji važi da ima najveći zbir elemenata, i pritom ne sadrži susedne elemente niza  $x$ . [SMDVMĐ, Din. prog. , reš. z. 2]. Test primer:

4 -2 5 2 5 12 23 -23 21 12  
4 5 5 23 21

Ako je sa  $a[k]$  dato optimalno rešenje sa najviše  $k$  prvih elementa niza, onda je veza za dinamičko programiranje:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbb{I} < y \\ \mathbb{I} = y \\ 0 = y \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \{[\mathbb{I} - y]v'[\mathbb{I} - y]x + [z - y]v\}xvu \\ \{[0]v'0\}xvu \\ 0 \end{array} \right\} = [y]v$$

Rešenje se rekonstruiše slično kao kod problema ranca.

**Zadatak 3** (10 poena = 4+6) Dat je niz  $x$  od  $N$  karaktera, i drugih niz  $y$  od  $M$  karaktera. Pronaći najduži zajednički podniz  $z$  za ta dva niza [MČSM, gl. 17, z. 25]. Test primer:

a b c d a  
a d b a  
a b a (ili a d a)

Ako je sa  $a[i,j]$  označena dužina najdužeg zajedničkog podniza za najviše  $i$  prvih karaktera niza  $x$ , i najviše  $j$  prvih karaktera niza  $y$ , onda je veza sledeća:

$$\left. \begin{array}{l} 0 < \ell'0 < i \\ 0 = \ell \wedge 0 = i \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \{[\ell'v]v=[\mathbb{I} - \ell'v - \mathbb{I}]v \mathbb{I} + [\mathbb{I} - \ell'v - \mathbb{I}]v'[\mathbb{I} - \ell'v]v'[\ell'v - \mathbb{I}]v\}xvu \\ 0 \end{array} \right\} = [\ell'v]$$

Rešenje se rekonstruiše tako što se u formiranoj matrici, tako što se prelazi dijagonalno unazada sa  $a[i,j]$  na  $a[i-1,j-1]$  ako je  $a[i-1,j-1] < a[i,j]$ , inače se ide ulevo na  $a[i,j-1]$ . Pri svakom dijagonalnom pomeranju se na izlaz ispiše vrednost  $x[i]$ .