

Писмени испит из Теорије игара

1. (15 поена) Посматрајмо игру са нултом сумом за два играча (назовимо их A и B) дефинисану на следећи начин: A може да бира између 5 различитих стратегија (A_1, A_2, A_3, A_4 и A_5), док B има на располагању само три стратегије (B_1, B_2 и B_3); матрица исплате саджи износе које B исплаћује A за одговарајуће изборе стратегија; стратегије за A су представљене као врсте а стратегије за B као колоне матрице исплате. Решити матричну игру (одредити вредност исплате и стратегије оба играча).

		Стратегије играча B		
		B_1	B_2	B_3
Стратегије играча A	A_1	4	0	2
	A_2	6	-4	5
	A_3	-6	6	7
	A_4	2	-2	1
	A_5	-6	2	6

2. (15 поена) Посматрамо игру са непотпуним информацијама за два играча и природу. Природа прва бира један од своја три потеза („вишње“, „трешње“ и „јагоде“) са вероватноћама $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ (тим редом). У зависности од потеза природе, следећи на потезу ће бити играч 1 или играч 2. Уколико је природа бирала „вишње“ или „трешње“, следећи на потезу је играч 1, иначе играч 2. За играча 1 се сматра да су потези „вишње“ и „трешње“ у истом информационом скупу (играчу 1 није познат претходни избор природе). Играч 1 може да игра „џем“ или „слатко“. У оба случаја, након његовог потеза играч 2 доноси своју одлуку. Играч 2 може да „продаје“ или да „не продаје“ производ који је први играч изабрао. Иначе, ако је природа изабрала „јагоде“ редослед повлачења потеза је другачији: прво игра играч 2 а затим играч 1, при чему су у том делу игре сви потези познати обојици играча. За сва три потеза природе у наставку су дате матрице исплате (први аргумент уређеног пара је исплата играча 1, а други исплата играча 2). Нацртати дрво игре а затим решити игру (одредити доминантне/мешовите стратегије и очекиване исплате играча).

		Играч 2	
		Продаје	Не продаје
„вишње“			
Играч 1	џем	(3,2)	(2,3)
1	Слатко	(4,3)	(1,2)

		Играч 2	
		Продаје	Не продаје
„трешње“			
Играч 1	џем	(2,1)	(0,2)
1	Слатко	(3,2)	(-1,1)

		Играч 2	
		Продаје	Не продаје
„јагоде“			
Играч 1	џем	(4,4)	(5,1)
1	Слатко	(4,3)	(3,2)

3. (5 поена) Одредити језгро игре ако је она задата преко своје карактеристичне функције

$$\begin{aligned}
 v(\emptyset) &= 0, \\
 v(\{1\}) &= 2, \quad v(\{2\}) = 0, \quad v(\{3\}) = 2, \\
 v(\{1,2\}) &= 8, \quad v(\{1,3\}) = 6, \quad v(\{2,3\}) = 10, \\
 v(\{1,2,3\}) &= 16.
 \end{aligned}$$

4. (15 поена) Одредити Шеплијев вектор следеће игре

$$\begin{aligned}
 v(\emptyset) &= 0, \\
 v(\{1\}) &= 2, \quad v(\{2\}) = 0, \quad v(\{3\}) = 2, \quad v(\{4\}) = 1 \\
 v(\{1,2\}) &= 8, \quad v(\{1,3\}) = 6, \quad v(\{1,4\}) = 9, \quad v(\{2,3\}) = 6, \quad v(\{2,4\}) = 8, \quad v(\{3,4\}) = 10, \\
 v(\{1,2,3\}) &= 12, \quad v(\{1,2,4\}) = 12, \quad v(\{1,3,4\}) = 10, \quad v(\{2,3,4\}) = 14, \\
 v(\{1,2,3,4\}) &= 20.
 \end{aligned}$$