

Задаци за вежбање 2

1. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+a}-\sqrt{n+b}}{n^\alpha}$ ($a > 0, b > 0$)
2. Испитати униформну конвергенцију редова на задатим интервалима
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} nx$ на $(0, \infty)$
 - б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n!}$ на $(-\infty, \infty)$
 - в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^2+n^3}$ на $(-\infty, \infty)$
 - г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2x^2}}{n^2}$ на $(-\infty, \infty)$
3. Израчунати $\int_0^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4+x^2} dx$

4. Одредити радијус и област конвергенције следећих степених редова
 - а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$
 - б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^n$
 - в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n3^n} (x-2)^n$
 - г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{n^2}$
 - д) $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n})^{n^2} x^n$
 - ђ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+(-1)^n)^n}{n} x^n$
 - е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!} x^n$
 - ж) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} (\frac{x^2-4x-8}{x^2+6x-16})^n$
 - з) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})(x-4)^n$
 - и) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{x^n}$
 - ј) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x^n}$

5. Израчунати суму реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$
6. Израчунати суму реда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{n(2n-1)}$
7. Развити у степени ред функције
 - а) $f(x) = shx$
 - б) $f(x) = \frac{x}{1+x-2x^2}$
 - в) $f(x) = \sin^3 x$
 - г) $f(x) = \ln(1+x+x^2+x^3)$
 - д) $f(x) = \ln^2(1-x)$
8. Одредити суму реда $\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$
9. Одредити суму реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!!}$
10. Одредити суму реда $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 x^n$