Задаци за вежбање

1. У зависности од параметра a решити систем $\begin{cases} x+2y+3z+5u=13 \\ 2x+2y+z+3u=11 \\ x+y+z+u=3 \\ 2x+2y+2z+au=3 \end{cases}$

2. У зависности од параметра a решити систем $\begin{cases} ax+y+z=8 \\ x+ay+z=2a \\ x+y+az=-a^2 \end{cases}$

3. У зависности од параметара a и b решити систем $\begin{cases} ax+y+z=4 \\ x+by+z=3 \\ x+2by+z=4 \end{cases}$

4. Одредити ранг матрице $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \\ 2 & -4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

5. Одредити ранг матрице $(n \in N)$ $\begin{bmatrix} n-1 & 1 & ... & 1 \\ 1 & n-1 & ... & 1 \\ ... & ... & ... & ... \\ 1 & 1 & ... & n-1 \end{bmatrix}$

6. Одредити ранг матрице у зависности од реалног параметра p $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & p \\ 1 & 1 & p & 1 \\ 1 & p & 1 & 1 \\ p & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

7. Доказати да следећи систем има нетривијалних решења $\begin{cases} x+2y-z-t-3u=0 \\ 3x+4y-5z-3t-u=0 \\ 2x+3y-3z-2t-2u=0 \\ 2x+5y-z-2t-10u=0 \end{cases}$

8. У зависности од реланог параметра a решити систем $\begin{cases} 2(a+2)x_1+3x_3=-2a \\ -x_1+2x_2-x_3=0 \\ 3x_1+2x_2+(a+2)x_3=0 \\ 2x_1+4x_2+x_3=0 \end{cases}$

9. Решити матричну једначину $AXB=C$ ако је

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad C=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{bmatrix}$$

10. Решити матричну једначину $X(X-A)^{-1} = (X-B)^{-1} + I$ ако је

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

11. Решити матричну једначину $A^{-1}(A-I)X - I = X$ ако је

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

12. Решити матричну једначину $(AXB)^{-1} = B^{-1}(X^{-1} + B)$ ако је

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$