

Математика 2, задаци

Функције више променљивих

1. Да ли функција $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ има у $(0, 0)$ локални екстремум?
2. Одредити најмању и највећу вредност функције $f(x, y) = 4x^2 + (y - 3)^2 + 2$ у области $D = \{(x, y) | x^2 \leq y \leq 9\}$
3. Одредити условне екстремуме функције $f(x, y) = x + 2y$ ако је $x^2 + y^2 = 5$.

Вишеструки интеграли, криволнијски интеграли, површински интеграли

4. Израчунати $\iint_D (2x + 3y) dx dy$ ако је $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 - x\}$.
5. Нека је $D = \{(x, y) | x \leq y \leq 2x, 2 \leq x \leq 4\}$. Израчунати $\iint_D \frac{y}{x+3} dx dy$ и површину области D .
6. Израчунати површину области $D = \{(x, y) | \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} \leq 1, y \geq 0\}$
7. Израчунати површину ограничену $x^2 + y^2 = y$, $x^2 + y^2 = 2y$, $y = x$ и $x = 0$.
8. Израчунати површину области $D = \{(x, y) | 1 \leq xy \leq 3, 0 \leq y^2 - 6xy + 5x^2\}$ у првом квадранту.
9. Израчунати запремину тела ограниченог са $z = 8 - x^2 - y^2$ и $z = 4$.
10. Израчунати $\iiint_V y dx dy dz$ ако је V ограничена са $x^2 + y^2 = 9$, $z = 0$ и $z = 5$ у првом октанту.
11. Израчунати површину површи $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$ одсечене равнима $z = y$ и $z = 0$ као и запремину тела које те површи ограничавају.
12. Израчунати површину дела површи $z = x^2$ ограничену равнима $x + y = \sqrt{2}$, $x = 0$ и $y = 0$.
13. Израчунати $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{11} x dx$
14. Израчунати запремину тетраедра ограниченог равнима $x + 2y + z = 2$, $x = 2y$, $x = 0$ и $z = 0$.
15. Нека је $V = \{(x, y, z) | x^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$. Израчунати $\iiint_V (x^2 + y + z^2)^3 dx dy dz$ и запремину тела V .
16. Израчуанати запремину тела $V = \{(x, y, z) | x^2 + (z - 1)^2 \leq y, y + z \leq 3, z \geq \frac{1}{2}\}$.
17. Израчунати $\int_{\gamma} x^3 y z ds$ ако је крива γ пресек површи $z = x^2 + y^2$, $z = 1$ и $y \geq 0$.
18. Израчунати $\int_{\gamma} xy ds$ ако је крива γ : $y = 1 - x$ за $0 \leq x \leq 1$.
19. Израчунати $\oint_{\gamma} e^x dx + z \sqrt{(x^2 + y^2)^3} dy + yz^3 dz$ ако је γ крива добијена пресеком $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ и $y = 1$.
20. Израчунати $\iint_S (x + y + z) ds$ где је S : $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \geq 0$.
21. Израчунати $\iint_S 4x^3 dy dz + 4y^3 dx dz - 6z^4 dx dy$ ако је S спољна страна цилиндра $x^2 + y^2 = 9$ између $z = 0$ и $z = 4$.
22. Израчунати $\iint_S 2x^2 dy dz + 2y^2 dx dz + 2z^2 dx dy$ ако је S спољна страна квадра $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$ и $0 \leq z \leq 4$.

Диференцијалне једначине

23. Одредити опште решење диференцијалне једначине:

а) $y'' + 2y' + 2y = 0$ б) $y'' + 2y' + y = 0$ в) $y'' - 5y' + 6y = 0$ г) $y'' + 3y' = 0$ д)
 $y'' + 9y = 0$ њ) $y'' + 3y' + 2y = 0$ е) $y'' - 8y = 0$ ж) $y'' - 2y' + y = 0$

24. Одредити опште решење диференцијалне једначине $y'' + 4y' + 4y = 8$.

25. Одредити опште решење диференцијалне једначине $y'' + 4y = 8$. а онда одредити оно решење које задовољава почетне услове $y'(0) = 1$ и $y(0) = 2$.

26. Одредити опште решење диференцијалне једначине $y'' - 9y = 9e^{-2x}$.

27. Одредити опште решење диференцијалне једначине $y''' - 3y' + 2y = 2 + 3e^x$.

28. Одредити опште решење диференцијалне једначине $y' = \frac{3y^3 - 2xy^2}{7 - 3xy^2}$

29. Одредити опште решење диференцијалне једначине $y'' - 7y' + 12y = 3x + e^{4x}$.

30. Решити диференцијалну једначину $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$ а затим одредити оно решење које задовољава почетне услове $y'(0) = y(0) = 1$.

31. Одредити оно решење диференцијалне једначине $y'' + y = x$ које задовољава почетне услове $y'(0) = 0$ и $y(0) = 1$.

32. Одредити опште решење једначине $(1 + x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0$ знајући да је једно њено партикуларно решење $y = x$.