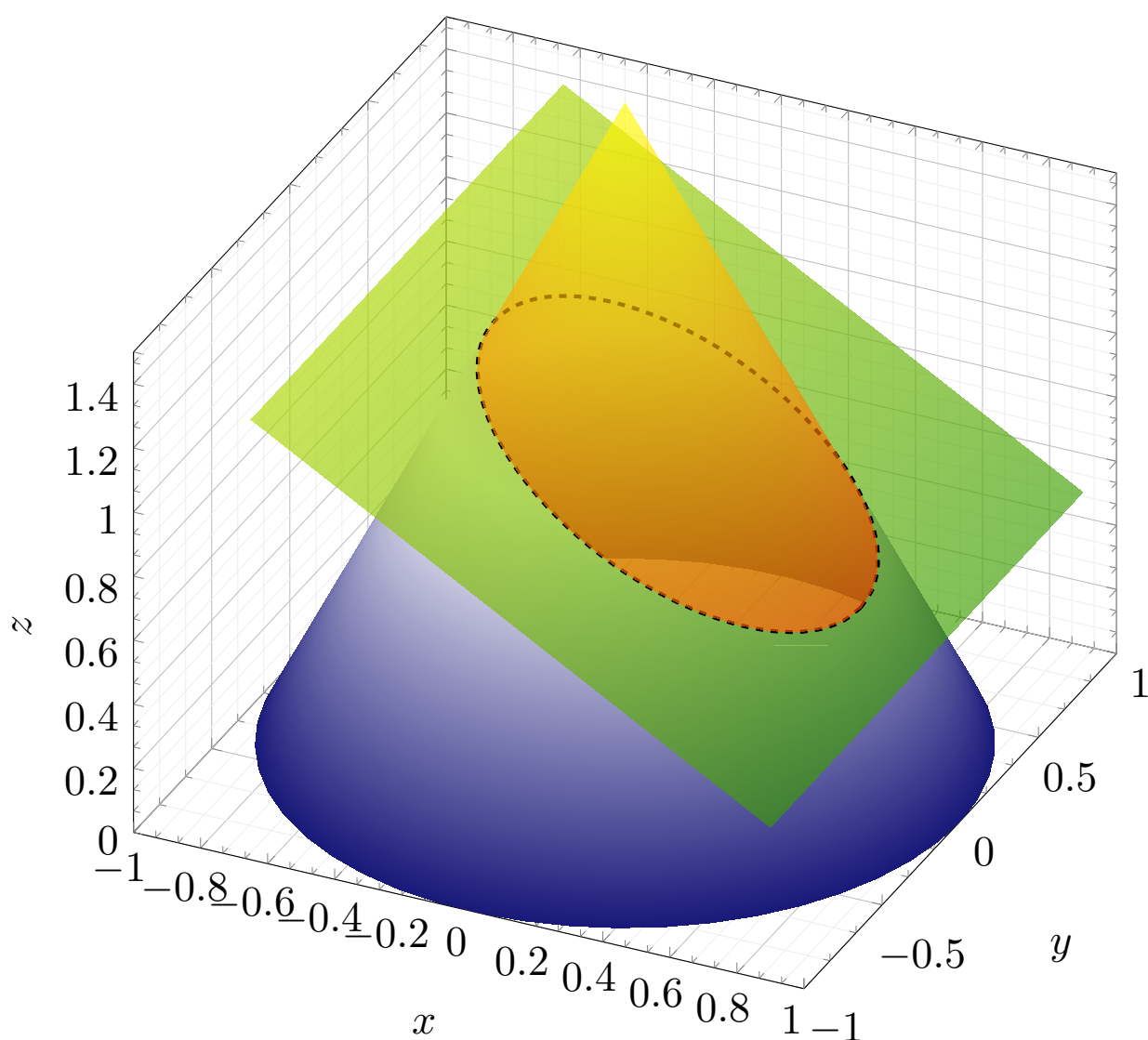


Александар Јовић

Математика 2

Уџбеник са збирком задатака за ФФХ

1. и 2. део, радна верзија



Београд, 2022.

Садржај

1	Предговор	2
2	Линеарна алгебра	3
2.1	Векторски простор	3
2.2	Векторски потпростор	4
2.3	Линеарна зависност и независност вектора	6
2.4	База векторског простора	8
2.5	Матрице	10
2.6	Детерминанте	15
2.7	Инверзна матрица	20
2.8	Ранг матрице	23
2.9	Сопствене вредности и спектар квадратне матрице	26
2.10	Решавање система линеарних једначина	27
2.11	Гаусова метода елиминације	30
2.12	Крамерова метода	33
2.13	Кронекер-Капелијева теорема	36
2.14	Задаци за самосталан рад	40
3	Бројни редови	44
3.1	Критеријуми за конвергенцију редова са позитивним члановима	48
3.2	Алтернирајући редови	53
3.3	Задаци за самосталан рад	55
4	Функционални редови	59
4.1	Функционални низови	59
4.2	Особине униформне конвергенције функционалних низова	60
4.3	Функционални редови	61
4.4	Критеријум за униформну конвергенцију функционалних редова	63
4.5	Особине униформне конвергенције функционалних редова, 3 важне теореме	65
4.6	Степени редови	67

4.7	Униформна конвергенција степених редова (3 важне теореме)	70
4.8	Разлагање функција у степени ред	71
4.9	Тејлоров ред функције, примери	71
4.10	Маклоренов ред функције, примери елементарних функција	72
4.11	Задаци за самосталан рад	72
5	Функције више променљивих	77
5.1	Простор \mathbb{R}^n	78
5.2	Метричка својства скупова у \mathbb{R}^n	79
5.3	Конвергенција	81
5.4	Непрекидност	83
5.5	Изводи реалне функције једне реалне променљиве	84
5.6	Извод у правцу (функције више променљивих)	86
5.7	Парцијални извод	88
5.8	Конвексност	94
5.9	Екстремуми функција више променљивих	96
5.10	Квадратне форме	104
5.11	Условни (везани) екстремуми функција више променљивих	106
5.12	Апсолутни екстремуми, највећа и најмања вредност функције у области	108
6	Вишеструки интеграли	110
6.1	Двоструки интеграли (на правоугаонику)	110
6.2	Троструки интеграли (на квадрату)	111
6.3	n -тоструки интеграл над правуглим n -паралелопипедом	112
6.4	Егзистенција и својства вишеструких интеграла	112
6.5	Својства	112
6.6	Двоструки интеграл на произвољном скупу	114
6.7	Троструки интеграл на произвољном скупу	124
7	Смена променљивих у вишеструким интегралима	125
7.1	Смена променљивих у двоструком интегралу	125
7.2	Поларне координате	127

7.3	Смена променљивих у троструком интегралу	133
7.4	Цилиндричне координате	133
7.5	Сферне координате	134
8	Криволинијски и површински интеграли	136
8.1	Криволинијски интеграли I и II врсте	136
8.2	Дужина криве	137
8.3	Криволинијски интеграл прве врсте	139
8.4	Примена криволинијског интеграла I врсте, геометријско тумачење . . .	142
8.5	Криволинијски интеграл II врсте	144
8.6	Својства криволинијског интеграла II врсте	146
8.7	Независност интеграције од путање	147
8.8	Гринова теорема	148
8.9	Површински интеграли	149
8.10	Површински интеграл I врсте	151
8.11	Израчунавање површинског интеграла I врсте	151
8.12	Површински интеграл II врсте	153
8.13	Стоксова формула	153
8.14	Формула Гаус-Остроградског	153
9	Диференцијалне једначине	155
9.1	Диференцијалне једначине првог реда	155
9.2	Диференцијална једначина која раздваја променљиве	156
9.3	Хомогена диференцијална једначина	157
9.4	Линеарна диференцијална једначина првог реда	158
9.5	Диференцијална једначина облика $y' = f\left(\frac{a_1x+a_2y+a_3}{b_1x+b_2y+b_3}\right)$	160
9.6	Бернулијева диференцијална једначина	162
9.7	Рикатијева диференцијална једначина	163
9.8	Диференцијална једначина са тоталним диференцијалом	165
10	Диференцијалне једначине вишег реда	168
10.1	Свођење на диференцијалне једначине нижег реда	168

10.2	Линеарне ДЈ вишег реда	169
10.3	Хомогене линеарна диференцијална једначина другог реда са константним коэффицијентима	169
10.4	Неомогене Линеарне диференцијалне једначине другог реда са константним коэффицијентима	171
10.5	Метод неодређених коэффицијената за решавање диференцијалне једначине $y'' + py' + qy = f(x)$	172
10.6	Лагранжов метод варијације константи	173
11	Елементи теорије вероватноће	175
11.1	Комбинаторика	175
11.2	Примери	175
11.3	Случајни догађаји	176
11.4	Дефиниције вероватноће	177
11.5	Класична Лапласова дефиниција вероватноће	177
11.6	Геометријска вероватноћа	178
11.7	Општа дефиниција вероватноће	178
11.8	Условна вероватноћа	179
11.9	Потпуна вероватноћа и Бајесова формула	180
11.10	Бајесова формула	181

1 Предговор

Ова скрипта је настала из потребе да се студентима практично, кроз теорију и задатке приближи градиво из предмета Математика 2 који студенти Факултета за физичку хемију слушају на другој години студија. Математика 2 је предмет који је заправо природни наставак предмета Математика 1. Основу ове скрипте чине и неки задаци рађени на предавањима, вежбама и испитима. Задаци и примери у скрипти објашњавају дефинисане појмове и одређење теореме. Задаци на крају сваког поглавља су замишљени да припреме студента за испите и колоквијуме.

Одређен број грешака у куцању сигурно постоји, тако да бих био захвалан сваком читаоцу који ми на исте и укаже.

У Београду, 2022.

Аутор