Primer1.

Rešavamo problem:

$$\min \quad -x_1 - x_2$$
$$2x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 5$$
$$3x_2 + 3x_3 - x_4 = 3$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Prvo, izostavimo uslov celobrojnosti i problem rešavamo simplex metodom.

	-1	-1	0	0
5	2	-2	-3	2
3	0	3	3	-1

2.5	0	-2	-1.5	1
2.5	1	-1	-1.5	1
3	0	3	3	-1

4.5	0	0	0.5	0.3333
3.5	1	0	-0.5	0.6667
1	0	1	1	-0.3333

Dobijeno rešenje je $x_1 = 3.5,\ x_2 = 1,\ x_3 = x_4 = 0\ \ f_{\min} = -4.5$

Prva koordinata rešenja problema nije celobrojna, zato primenjujemo Gomorijev rez:

$$\frac{1}{2}x_3 + \frac{2}{3}x_4 = \frac{7}{2} \quad \Rightarrow \quad x_3 - \frac{1}{2}x_3 + x_4 - \frac{1}{3}x_4 = 4 - \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x_2 + x_4 - 4 = \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 - \frac{1}{2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 \geq \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 - x_5 = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{3}x_3 + x_5 = -\frac{1}{2}$$

9/2	0	0	1/2	1/3	0.0000
7/2	1	0	-1/2	2/3	0
1	0	1	1	-1/3	0
-1/2	0	0	-1/2	-1/3	1

Dobijena tablica je dualna simplex tablica. Tražimo pivot po 2b) pravilu, odnosno imamo da je

$$\frac{(1/2, -1/2, 1)}{-(-1/2)} \overset{lex}{<} \frac{(1/3, 2/3, -1/3)}{-(-1/3)}$$, pa je pivot -1/2.

4	0	0	0	0	1
4	1	0	0	1.0000	-1
0	0	1	0	-1.0000	2
1	0	0	1	0.6667	-2

Dobijeno rešenje je celobrojno, pa je samim timo ovo i rešenje početnog problema

$$x_1 = 4,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1, x_4 = 0\ \ f_{\min} = 4$$

Primer2.

Rešavamo problem:

$$\max \quad x_1 - 2x_2$$
$$-4x_1 + 6x_2 \leq 9$$
$$x_1 + x_2 \leq 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0, x_i \in \mathbb{Z}$$

Dodajemo izjednačavajuće promenljive x_3 i x_4. Rešavamo simplex problem

	x1	x2	x3	x4
0	1	-2	0	0
9	-4	6	1	0
4	1	1	0	1

	x1	x2	x3	x4
3	-0.33333	0	0.333333	0
1.5	-0.6667	1	0.1667	0
2.5	1.6667	0	-0.1667	1

	x1	x2	x3	x4
3.5	0	0	0.3	0.2
2.5	0.0000	1	0.1000	0.4
2.5	1.0000	0	-0.1000	0.6

Simplex metodom dobijamo rešenje *x=(3/2,5/2,0,0,)* koje nije celobrojno. Primenjujemo Gomorijev rez:

$$x_2 + \frac{1}{10}x_3 + \frac{2}{5}x_4 = \frac{5}{2}$$
$$x_2 - 2 = -\frac{1}{10}x_3 - \frac{2}{5}x_4 + \frac{1}{2} \leq 0$$

Uvođenjem izravnajuće promenljive x_5 dobijamo jednakost $-\frac{1}{10}x_3 - \frac{2}{5}x_4 + x_5 = -\frac{1}{2}$

Pa rešavamo novi simplex problem:

	x1	x2	x3	x4	x5
3.5	0	0	0.3	0.2	0
2.5	0.0000	1	0.1000	0.4	0
1.5000	1.0000	0	-0.1000	0.6	0
-0.5	0.0000	0	-0.1000	-0.4	1.0000

	x1	x2	x3	x4	x5
3.25	0	0	0.25	0	0.5
2	0.0000	1	0.0000	0	1
0.7500	1.0000	0	-0.2500	0	1.5
1.25	0.0000	0	0.2500	1	-2.5000

Dobili smo optimalno rešenje *x=(3/4,2)*. Kako ni ovo rešenje nije celobrojno, nastavljamo sa Gomirijevim odsecanjem:

$$x_1 - x_3 + x_5 = -\frac{3}{4}x_3 - \frac{1}{2}x_5 + \frac{3}{4} \le 0$$

Pa je nova tablica oblika:

	x1	x2	x3	x4	x5	X6
3.25	0	0	0.25	0	0.5	0
2	0.0000	1	0.0000	0	1	0
0.7500	1.0000	0	-0.2500	0	1.5	0
1.2500	0.0000	0	0.2500	1.0000	-0.25	0
-0.75	0.0000	0	-0.7500	0	-0.5000	1.0000

	x1	x2	x3	x4	x5	X6
3	0	0	0	0	0.333333	0.333333
2	0.0000	1	0.0000	0	1	0
1.0000	1.0000	0	0.0000	0	1.666667	-0.33333
1.0000	0.0000	0	0.0000	1.0000	-2.66667	0.333333
1	0.0000	0	1.0000	0	0.6667	-1.3333

Odnosno rešenje problema je $x=(1,2)$

Primer3

Rešavamo problem:

$$\max \quad 4x_1 - x_2$$
$$7x_1 - 2x_2 \le 14$$
$$x_2 \le 3$$
$$2x_1 - 2x_2 \le 3$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Rešavamo relaksacioni problem Simplex metodom. Dobijamo sledeće rešenje:

$$x_1 \quad + \frac{1}{7}x_3 + \frac{2}{7}x_4 \quad = \frac{20}{7}$$
$$x_2 \quad + x_4 \quad = 3$$
$$-\frac{2}{7}x_3 + \frac{10}{7}x_4 + x_5 = \frac{23}{7}$$

Pravimo rez prve vrste: $\frac{1}{7}x_3 + \frac{2}{7}x_4 = \frac{20}{7} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{7}x_3 + \frac{2}{7}x_4 = 2 + \frac{6}{7} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{7}x_3 + \frac{2}{7}x_4 \ge \frac{6}{7}$

Dodajemo izravnajuću promenljivu, x_6 i rešavamo novu simplex tablicu. Dobijeno rešenje biće sledećeg oblika:

	X1	x2	x3	x4	x5	x6
-15/2	0	0	0	0	1/2	3
2	1	0	0	0	0	1
1/2	0	1	0	0	-1/2	1
1	0	0	1	0	-1	-5
5/2	0	0	0	1	1/2	6

Novi rez: $\frac{1}{2}x_5 \ge \frac{1}{2}$.

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
-7	0	0	0	0	0	3	1
2	1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	-1
2	0	0	1	0	0	-5	-2
2	0	0	0	1	0	6	1
1	0	0	0	0	1	0	-1

Optimalno rešenje, *x*=(2,1).*

Primer4.

Rešavamo problem:

$$\min \quad -6x_1 - 5x_2$$
$$3x_1 + x_2 \le 11$$
$$-x_1 + 2x_2 \le 5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Prvo, izostavimo uslov celobrojnosti i problem rešavamo simplex metodom.
Uvodimo izravnajuće promenljive, $x_3, x_4 \ge 0$.

$$\min \quad -6x_1 - 5x_2$$
$$3x_1 + x_2 + x_3 = 11$$
$$-x_1 + 2x_2 + x_4 = 5$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$$

	-6	-5	0	0
11	3	1	1	0
5	-1	2	0	1

22	0	-3	2	0
3.666667	1	0.333333	0.333333	0
8.666667	0	2.333333	0.333333	1

33.14286	0	0	2.428571	1.285714
2.428571	1	0	0.285714	-0.14286
3.714286	0	1	0.142857	0.428571

Dobijeno rešenje simplex metodom je

$$x_1 = 2.428571 = 2\frac{3}{7}, \qquad x_2 = 3.714286 = 3\frac{5}{7}, \qquad x_3 = 0, x_4 = 0 \qquad f_{\min} = 33.14286 = -33\frac{1}{7}$$

Primenjujemo metodu ograničavanja. Ograničićemo promenljivu x_1, pa ćemo početnom poblemu dodati jedan od sledeća dva uslova:

$$x_1 \le 3$$
$$x_1 \ge 2$$

Odnosno rešavamo dva nova problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & -6x_1 - 5x_2 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 11 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_1 \geq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} \min \quad & -6x_1 - 5x_2 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 11 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_1 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Optimalno rešenje prvog problema biće $(x_1, x_2) = (3,2)$ $f_{\min} = -28$ dok je optimalno rešenje drugog problema $(x_1, x_2) = (2, 2.5)$, $f_{\min} = -29.5$. Kako rešenje drugog problema nije celobrojno, ponovo uvodimo rez, tako što dodajemo nejednakost koja zadovoljava sva rešenja dopustivog skupa i istovremeno odbacuje necelebrojno rešenje $(x_1, x_2) = (2, 2.5)$. Npr. dodajemo jednačinu: $2x_1 + x_2 \leq 7$.

Rešavamo novi problem:

$$\begin{aligned} \min \quad & -6x_1 - 5x_2 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 11 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_1 \leq 2 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rešenje dobijenog problema biće tačka $(x_1, x_2) = (1.8, 3.4)$, $f_{\min} = -27.8$. Optimalno rešenje trećeg problema je veće od optimalnog rešenja prve relaksacije, pa samim tim za ovaj potproblem nećemo tražiti nove rezove obzirom da bi svaki novi rez dobijao lošija rešenja. Rešenje prve relaksacije smatramo rešenjem problema.