Математика, Хемија

Особине одређеног интеграла:

1^0 **(Њутн-Лајбницова формула)** Нека је $f:[a,b]\to R$ непрекидна функција и $F(x)$ примитивна функција функције $f(x)$ $(F'(x)=f(x))$. Тада важи

$$\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a).$$

2^0 $\int_a^b(\alpha f(x)+\beta g(x))dx = \alpha\int_a^b f(x)dx+\beta\int_a^b g(x)dx$

3^0 $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

4^0 $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$ где је $c\in[a,b]$

5^0 Ако је $f(x)$ парна функција онда је $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$

6^0 Ако је $f(x)$ непарна функција онда је $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$

7^0 Формула за парцијалну интеграцију $\int_a^b UdV = UV\Big|_a^b - \int_a^b VdU$

Задаци за припрему колоквијума:

1. Израчунати интеграле:

а) $\int_0^5 \frac{dx}{x+10}$ б)$\int_0^5 \frac{dx}{x^2+4}$ в)$\int_3^4 \frac{dx}{x^2-4}$ г)$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+2x+3}$ д)$\int_1^2 \frac{x}{x^2+2x+3}dx$ ђ)$\int_1^4 \frac{x}{x^2+5}dx$ е)$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\sin 3xdx$ ж) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{6+x-x^2}}$ з) $\int_1^2 \ln(5+x)dx$ и) $\int_1^2 \frac{4x^2+4x+5}{4x^2+4x+4}dx$ ј) $\int_1^2 \frac{x^2+5x+8}{x^2+5x+6}dx$ к) $\int_2^4\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}dx$ л) $\int_1^2 (5^x-2)^3 5^x dx$ м) $\int_0^2\sqrt{4-x^2}dx$ н) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{5+3\cos x+4\sin x}$ њ) $\int_0^7 \frac{dx}{\sqrt{x^2+9}}$

2. Израчунати површину области ограничене кривама (правама):

а)$y=x^2,\ 2y-x-4=0,\ x=0$ и $x=1$ б) $y=\sqrt{x},\ y=-x,\ x=1,\ x=4$ в) $y=-x^2+6x-2$ и $y=x^2-2x+4$ г) $y=x^3$, $x=-2$ и $x=-3$ д) $x^2+y^2=9$, $y=\sqrt{3}x$, $y=\frac{x}{\sqrt{3}}$ ђ) $y=x^2$, $y=x^2-4x+4$ и $y=0$ е) $y^2=10x+25$ и $y^2=-6x+9$. ж) $y=\ln x$ и $\ln^2 x$

3. Израчунати дужину лука криве:

а) $y=\sqrt{4-x^2}$ за $x\in[1,2]$ б) $y=\sqrt{x^3}$ за $x\in[1,3]$.