

Докторске студије

Студијски програм *Математичка логика и теоријско рачунарство*

Циљеви: Оспособљавање студента за развој и примену научних и стручних достигнућа из области математичке логике и теоријског рачунарства, сагледавање примена и оспособљавање за креативан рад

Врста студија: Докторске академске студије

Исход процеса учења: Оспособљавање студента за даље усавршавање и самостални научни и стручни рад

Академски назив: Доктор математике

Услови за упис: Завршене студије другог степена из области математике

Начин извођења: 3 године у 6 семестара од по 15 седмица

Начин избора предмета из других студијских програма:

У оквиру овог студијског програма, студент може највише два изборна предмета заменити предметима са других студијских програма трећег степена који се изводе на Математичком факултету

Услови за прелазак са других студијских програма:

Студент треба да има одговарајући број положених испита који одговарају испитима из овог студијског програма, односно да оствари потребан број ЕСПБ бодова.

Листа А – основни предмети, бирају се тачно 2

Назив	пред.	веж.	мент. рад	ЕСПБ бодови
Теорија модела	6	0	14	30
Теорија израчунљивости	6	0	14	30
Теорија доказа	6	0	14	30
Теорија скупова	6	0	14	30

Листа Б – изборни предмети, студент бира 3 предмета

Математичка логика у рачунарству	3	0	7	15
Некласичне логике	3	0	7	15
Теоријско рачунарство	3	0	7	15
Теорија аутомата	3	0	7	15
Теорија сложености	3	0	7	15
Формалне граматике	3	0	7	15
Модалне логике	3	0	7	15
Фази логике	3	0	7	15
Вештачка интелигенција	3	0	7	15
Експертски системи	3	0	7	15
Булове алгебре	3	0	7	15
Апликативне логичке теорије	3	0	7	15
Аутоматско доказивање	3	0	7	15
Нестандардна анализа	3	0	7	15

- Листа Ц** - Предмети других студијских програма докторских студија (највише 2), или
- Највише два предмета из групе А (основни предмети) и то они које студент није изабрао (2 предмета) као основне предмете за своје докторске студије,
 - Највише два предмета студијског програма логике докторских студија на Филозофском факултету Универзитета у Београду.

Укупан број предмета са листе Ц може бити највише два.

Специјални курс – бира се у договору са ментором из области из које је дисертација

	3	0	7	15
Израда дисертације (у два семестра)	0	0	20	60

Садржај предмета

ТЕОРИЈА МОДЕЛА

Фонд 6+0+14 30 ЕСПБ бодова

Садржај:

Основни појмови: модел, подмодел, релација задовољења, елементарна еквиваленција, елементарно утапање, експанзије, редукти, просте експанзије, потпуност синтаксе и семантике, важни примери теорија првог реда, дефинабилност.

Основне технике: став компактности, Cantor-ов "back and forth" аргумент, основне моделске конструкције, ултрапроизвод конструкција, Lowenheim-Skolem-Tarski-jeve теореме, употреба разних типова индукције и рекурзије, метод интерпретације.

Елиминација квантора: примери теорија које допуштају елиминацију квантора, са посебним освртом на алгебарски затворена поља и реално затворена поља, примене методе елиминације квантора у разним испитивањима одлучивости.

Типови: појам типа, реализовање и испуштање типова, прости модели, засићени модели, хомогени модели, Vaught-ова хипотеза.

Нераспознатљиве: партициона својства, нераспознатљиве у уредјењима, примене у формалној аритметици.

Увод у теорију стабилности: непребројиво категоричне теорије, Morley-јев ранг, forking и независност, Morley-јеви низови, ω -стабилне групе.

Литература:

Chang-Keisler, Model Theory

Mijajlović, Model Theory

ТЕОРИЈА СКУПОВА

Фонд 6+0+14 30 ЕСПБ бодова

Садржај:

Аксиоматска теорија скупова: поступно се изграђује ZFC систем, ординална и кардинална аритметика.

Унутрашњи модели: релативизација и апсолутност, теореме рефлексije и колапса, дефинабилност преко Godel-ових операција, OD, HOD, конструктивилни универзум, релативна конзистентност AC, GCH и негације SH са ZF.

Forsing: Bool-еовско вредносни модели, forsing, Cohen-ови реални бројеви, независност AC и GCH, случајни реални бројеви, Easton-ов forsing, итерирани forsing, независност SH.

PCF: основни појмови pcf теорије, Silver-ова теорема, основна својства pcf функције, кофиналност $[\mu]_k$, Shelah-ова теорема.

Литература:

Kunen, Set Theory

Jech, Set Theory

Перовић, Јовановић, Величковић, Теорија Скупова

ТЕОРИЈА ИЗРАЧУНЉИВОСТИ

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

Садржај:

Основни концепти: кодирање природним бројевима, рекурзивне функције, идеални рачунар, Турингове машине, еквивалентност разних формалних система израчунљивости, Church-ова теза. Abstract State Machines, Formal Method for Specification and Verification

Израчунљивост: Kleene-јева теорема о нормалној форми, рекурзивно набројиви скупови, s-m-n теорема, теорема рекурзије, релативна израчунљивост, Turing редуцибилност, остале редуцибилности.

Godelove теореме непотпуности: представљивост рекурзивних функција и релација у PA, кинеска теорема о остацима, Годелова лема, прва и друга Godel-ова теорема непотпуности, неодлучивост комплетне аритметике, немогућност Σ_1 аксиоматизације PA и ZFC.

Аритметичка хијерархија: халтинг проблем, скокови, основне дефиниције и теореме, комбиновање аритметичких релација, апроксимације, дрвета.

Хипераритметичка и аналитичка хијерархија: хипераритметичка хијерархија, аналитичка хијерархија, Kleene-Brouwer-ово уређење, Ershov-љева хијерархија.

Примене у дескриптивној теорији скупова: Borel-ова хијерархија, аналитичка и пројективна хијерархија, општа теорија хијерархија.

Литература:

Rogers, Theory of formal computability

Hinman, Hierarchy Theory

ТЕОРИЈА ДОКАЗА

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Формални системи, природна дедукција, правила елиминације сечења, инфинитарни системи.
- Модална логика; Монадички рачун; Системи преференција; примене.
- Потпуност, непротивречност; проблем карактеризације, Хербрандова теорема; Примене у аутоматизованом доказивању.
- Интерпретације формалних система и примене у одлучивости и непротивречности, важни примери. Одлучивост.
- Природни бројеви, теорема о доказима непротивречности, аритметика другог реда.

Литература:

Shoenfield, Mathematical logic

Kleene, Introduction to methamatematics.

МАТЕМАТИЧКА ЛОГИКА У РАЧУНАРСТВУ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Булове алгебре. Основна својства и важнији примери, Стонова теорема репрезентација. Хомоморфизми и филтери. Комплетирање. Бинарни дијаграми одлучивања (BDD)
- Формални системи. Одлучивост, непротивречност, потпуност. Семантика.
- Исказни рачун. Резолуција. Табло. Теорема потпуности. Линденбаумова алгебра. Линденбаумова теорема. Хомоморфизми, количник алгебре.
- Предикатски рачун првог реда и теорије првог реда. Семантика, структуре. Основне теореме. Линденбаумова алгебра, Линденбаумова теорема, хомоморфизми, количник алгебре.
- Теорема потпуности. Еквиваленти. Ербранова теорема. Ербранов универзум. Фундаменталне теореме теорије модела.
- Унификација. Резолуција. Табло.
- Семантички и формални модели Релационих база, Информационих система, Експертних система.
- Аутоматизовано резонување и доказивачи теорема.
- Метода интерпретације, важни примери. Модел теоретске методе.
- Редукција и елиминација квантора. Важни примери. Монадички рачун. Теорија поља. Проблеми оптимизације. Примене у геометрији и визуализацији.
- Модални рачуни. Системи преференција. Уопштени квантори.
- Вишеверносне логике. Буловски модели. Вероватносна логика. Фази логика.
- Верификација аутоматизованог доказивања. Проблеми синтаксне сличности.
- Подршка у одлучивању.

Литература:

Chang-Keisler, Model Theory

Mijajlović, Model Theory

Robinson-Voronkov Eds., Handbook of automated reasoning (изабрана поглавља)

НЕКЛАСИЧНЕ ЛОГИКЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Модалне логике: K, S3, S4, S5, теорија доказа, модели, Кришкеови таблои, динамичке логике, темпоралних, модалне логике знања, Немонотоне логике
- Интуиционистичка логика: теорија доказа, модели, интуиционистичка математика, конструктивизам.
- Темпоралне логике: теорија доказа, модели.
- Релевантне логике: импликација у релевантној логици, теорија доказа, модели.
- Вероватносне логике: теорија доказа, модели.
- Инфинитарне логике: теорија доказа, модели, предикатски рачун 2. реда. Динамичке логике, темпоралне, модалне логике знања, Немонотоне логике

Литература:

Huges - Creswell, Modal logic

Handbook of philosophical logic, eds.: Dov M. Gabbay, F. Gunthner, D. Reidel Publishing company, 1984

ТЕОРИЈСКО РАЧУНАРСТВО

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Сложеност алгоритама, класификација. $P=NP$ проблем, синтаксна анализа, аритметичка хијерархија. Вероватносне класе сложености и докази са нултим знањем (zero knowledge proofs)
- Модели израчунљивости, Church-ова теза, главне теореме;
- Доказивост, степени алгоритамске одлучивости.
- Булове алгебре, значајна својства и поступци.
- Синтаксне форме: формалне спецификације, тестови исправности доказа;
- формални опис сличности у геномици; уједначивост лингвистичких форми.
- Модел теоретске технике у теријском рачунарству. Дијаграми.
- Формална репрезентација релационих база.
- Фази скупови. Фази релационе базе. FRB са преференцијама.
- Семантички, синтаксни Модели сервисирања упита.

Литература:

Monk, Matematička logika

Manin, A course in mathematical logic

Cutland, Computation Theory.

C. Papadimitriou, Computational complexity, Addison-Wesley, 1995

ТЕОРИЈА АУТОМАТА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Основни концепти и својства. Системи израчунљивости. Турингове машине, Постове машине, Шепердсонове машине. Системи продукција. Формалне граматике. Ланци Маркова.
- Рекурзивне функције. Фундаментална својства. Еквиваленције, Черчова теза.
- Кодирање, Универзалне машине, важне теореме.
- Халтинг проблем.
- Алгоритамска сложеност. Хијерархије алгоритамске сложености. $P = NP$.
- Алгоритамска одлучивост. Степени одлучивости.
- Релативна рекурзија.
- Недетерминистички аутомати.

Литература:

Hopcroft-Ullman, Formal languages and their relation to automata

Cutland, Computation Theory

ФОРМАЛНЕ ГРАМАТИКЕ

Фонд 3+0+7 15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Језици, граматике, рекурзије, дрвета, коначни аутомати, регуларне граматике, фундаментална својства;
- Контекстно слободне граматике, Chomsky нормална форма, ϵ -правило, специјални типови контекстно слободних граматика.
- Turing-ове машине, главна својства, халтинг проблем, нерешивост халтинг проблема, граматике типа 0.
- Контекстно сензитивни језици, линеарни аутомати, рекурзивни скупови.
- Детерминистички језици и аутомати, значајна својства, примери контекстно слободних недетерминистичких језика.
- Stack аутомати.
- Одлучивост, питања одлучивости у контекстно слободним, контекстно везаним, детерминистичким, регуларним и граматикама типа 0.
- Репрезентација природних језика. Аутоматизовано превођење. Проблеми сличности синтаксних структура.
Аутомати над бесконачним речима и примена у верификацији

Литература:

Hopcroft-Ullman, Formal languages and their relation to automata
чланци M. Vardi

МОДАЛНЕ ЛОГИКЕ

Фонд 3+0+7 15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Оператори “необходно” је и “могуће је” (\diamond , \square). Системи K, S3, S4, S5. D, T, B и мултимодалне логике. Булове алгебре са операторима. Модални исказни рачуни, теорија доказа и модели. Крипкеови таблои. Предикатски модални рачун, теорија доказа и модели. Барканова формула. Интуиционизам и модални рачуни.

Литература

Hughes - Creswell, Modal logic

ВЕШТАЧКА ИНТЕЛИГЕНЦИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Моделирање знања, формални оквири. Синтакса и семантика. Неуронске мреже.
- Проширено задовољење. Поливалентне логике, Фази скупови, фази мере, поступци фазификације.
- Herbrandt-ова теорема.
- Presburger-ов метод.
- Примери одлучивих и недолучивих теорија.
- Стандардна резолуција. Доказивање теорема резолуцијом.
- Глобалне методе за доказивање теорема.
- Резолуција за логику првог реда.
- Ефективно засићење теорија првог реда.
- Доказивање базирано на табло методи.
- Модел теоретске методе. Елиминација квантора. Примери алгоритама. Сложеност
- Сколемова нормална форма, КНФ, ДНФ, нормалне форме у неklasичним логикама.
- Парамодулација. Теорија унификације. Синтаксни и семантички приступ.
- Рачун секвената.
- Метод интерпретације, најважнији примери поступака.
- Модална логика. Релевантна логика. Пробабилистичка логика. Системи преференција. Нестандардни квантори. Интуиционизам и модели.
- Логике вишег реда. Теорија типова и друге теорије скупова.
- Унификације вишег реда. Ламбда рачун.
- Аутоматизовани Асистенти у доказивању.

Литература:

Robinson-Voronkov Eds., Handbook of automated reasoning (изабрана поглавља)
Hughes Creswell, Modal logic

FUZZY LOGIKE

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Вишевердносне логике.
- Преглед основних карактеристика вишевердносних логика. Интуиционистичка, модалне, фази логике.
- Семантика вишевердносних логика -Кришкеови модели. Семантика фази логика.
- Фази мере и њихова примена. Т- норме и Т- конорме, примена у фази логици у ширем смислу.
- Формални оквири за фази логику. Потпуне аксиоматизације фази логике.
- Значајне фази логике у којима важи теорема потпуности,
- Важни примери.
- Примене.

Литература:

Ендре Пап, Фази мере и њихова примена, Нови Сад 1999
L. A. Zadeh, Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility, Fuzzy Sets Systems, Vol. 1, no. 1, 3-28.

ЕКСПЕРТНИ СИСТЕМИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Експертни системи, одређење, сврха, модел, компоненте. Релациона база, База знања, Механизми закључивања.
- Модели знања. Априорно и апостериорно знање, модалитети. Природни језици. Формални системи.
- Репрезентација знања. Концепти, класе, дефинабилне класе.
- Логика првог реда. Логике вишег реда. Теорија типова.
- Екстракција знања. Методе и механизми. задаци верификације.
- Класификациони системи. Семантички системи. Формализовани системи. Примери у биомедицини, техници, нормативним наукама и математици.
- Методе аутоматизованог резоновања.
- Апроксимативно закључивање.
- Фази логике, фази релационе базе, фази закључивање.
- Буловски модели. Модалитети и апроксимација знања.
- Системи базирани на индукцији.
- Имплементације.
- Важни примери. Пројектни задатак.

Литература:

Чланци

БУЛОВЕ АЛГЕБРЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

I Основе

- Основни алгебарски, тополошки и модел теоретски аспекти теорије Boole-ових алгебри.
- Аксиоматизације и основна својства.
- Важни примери, алгебре скупова, алгебре отворено затворених скупова, Алгебре регуларно отворених скупова, алгебре мерљивих скупова, Линденбаум-Тарски алгебре итд.
- Филтери и идеали, конгруенције и хомоморфизми, принцип дуалности.
- Стонова теорема, теорема о ултрафилтеру, друга важна својства.
- Својства амалгамације попут "joint embedding property".
- Елиминација квантора за теорију безатомичних Булових алгебри.

II Алгебре мере

- Критеријуми егзистенције мера на Буловим алгебрама.
- Алгебре мере.
- Махарам теорема.

III Booleove алгебре и форсинг

- Буловски приступ форсингу илистровано на Континуум проблему и Суслиновом проблему:
- Комплетне Булове алгебре;
- Дистрибутивни закони у комплетним Буловим алгебрама;
- Буловско вредносни модели;
- Scott-Solovay приступ форсингу;
- Cohen-ове алгебре;
- Suslin-ове алгебре.

Литература:

1. D. Monk, R. Bonnet (editori), Handbook of Boolean algebras, Volume 1 - 3, North-Holland, 1989.
2. Sikorski, Boolean algebras.
3. Halmos, Boolean algebras

АПЛИКАТИВНЕ ЛОГИЧКЕ ТЕОРИЈЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Модалне логике (логике знања, темпоралне логике, динамичке логике)
- Вероватносне логике
- Логике за немононотоно резонување
- Поливалентне логике
- Possibility логике
- Интуиционистичка логика
- Примене логичких теорија у вештачкој интелигенцији и рачунарству
- Логичко програмирање.

Литература:

J. Halpern, R. Fagin, Y. Moses, M. Vardi Reasoning About Knowledge, MIT Press, 2003.

J. Halpern, Reasoning About Uncertainty, MIT Press, 2005.

Handbook of philosophical logic., eds.: Dov M. Gabbay, F. Gunthner, D. Reidel Publishing company, 1984.

Huges - Creswell, Modal logic

З. Огњановић, Н. Крцавац, Увод у теоријско рачунарство, Факултет организационих наука, Београд, 2004.

АУТОМАТСКО ДОКАЗИВАЊЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

- Формални системи, природна дедукција, правила елиминације сечења, инфинитарни системи. Семантика.
- Предикатски рачун првог реда. Елементи теорије модела. Потпуност, непротивречност; проблем карактеризације, Хербрандова теорема; Примене у аутоматизованом доказивању. Аутоматско доказивање, базирано на резолуцији и табло методи.
- Алгоритми аутоматског доказивања у неklasичним логикама. Модална логика; Монадички рачун; Системи преференција; Вероватносна логика. Фази логика. Интуиционистички рачун. Генерализовани квантори.
- Елиминација квантора. Примери: Пресбургерова аритметика, Теорија алгебарски затворених поља, Булове алгебре.

Литература:

Shoenfield, Mathematical logic

Robinson-Voronkov Eds., Handbook of automated reasoning (изабрана поглавља)

НЕСТАНДАРДНА АНАЛИЗА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Појмови бесконачно малих и бесконачно великих величина у Лајбницовом духу.

Неархимедовска поља. Ултрапроизводи и тереме преноса. Суперструктуре и њихови нестандардни модели. Интернални екстернални скупови. Структура хиперреалних бројева и нестандардних природних бројева. Заснивање инфинитизималног рачуна. Loeb-ова мера.

Примене нестандардне анализе у класичној анализи, функционалној анализи, топологији и диференцијалној геометрији.

Литература:

1. Stroyan-Luxemburg, Introduction to the theory of infinitesimals.
2. Martin Davis, Nonstandard Analysis
3. Mijajlović, Arandelović, Rašković, Đorđević, Nestandardna analiza.