О ОДНОСУ ДИСПЕРЗИЈА БРЗИНЕ НА ГАЛАКТОЦЕНТРИЧНОМ ПОЛОЖАЈУ СУНЦА

Слободан Нинковић

Астрономска опсерваторија у Београду
snınkovic@aob.rs

галаксија (спирална)

Брзина звезде у односу на средиште Млечног пута: $\vec{V}$, $\vec{V} = \vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} \equiv \bar{\vec{V}}$, $\vec{v}$ - својствена брзина. Проучавају се звезде у близини Сунца. Опсервабла је хелиоцентрична брзина, $\overrightarrow{v'} = \vec{V} - \overrightarrow{V_{\odot}} = \vec{v} - \overrightarrow{v_{\odot}}$; подаци: растојање, сопствено кретање и радијална брзина. Пројектовање на осе у галактичком координатном систему: x - $l = 0, b = 0,$ y - $l = 90°, b = 0$, z - $b = 90°$.

Тензор својствених брзина

$$\begin{matrix} \overline{v_x{}^2} & \overline{v_x v_y} & \overline{v_x v_z} \\ \overline{v_y v_x} & \overline{v_y{}^2} & \overline{v_y v_z} \\ \overline{v_z v_x} & \overline{v_z v_y} & \overline{v_z{}^2} \end{matrix}$$

Траг: $\overline{v_x{}^2} + \overline{v_y{}^2} + \overline{v_z{}^2} = \overline{v^2}$, тензор је симетричан.

Кинематичка проучавања указују на три компоненте звезда у близини Сунца: *танки диск*, *дебели диск* и *хало*. Око 90% звезда припада танком диску чији траг има врло малу вредност – око $1650\ \mathrm{km^2 s^{-2}}$.

Односи компонената трага тензора за танки диск: $\overline{v_y{}^2}/\overline{v_x{}^2} \approx 0{,}4$, $\overline{v_z{}^2}/\overline{v_x{}^2} \approx 0{,}25$; анизотропија; $\overline{v_x v_y}$ незанемарљив.

Галактоцентрични координатни систем XYZ, положај пројекције Сунца на главну раван: $X = -R_\odot, Y = Z = 0$. Цилиндричне координате и компоненте брзине:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}\,,\ \vartheta = \mathrm{arctg}\frac{Y}{X}\,,\ Z = Z\,;$$

$$\dot{R} = \frac{X\dot{X} + Y\dot{Y}}{R}, \Theta \equiv R\dot{\vartheta} = \frac{X\dot{Y} - \dot{X}Y}{R}, \dot{Z} = \dot{Z}$$

$$\Longrightarrow \dot{R} = -\dot{X}\,,\ \Theta = -\dot{Y} \quad .$$

Усвајају се стационарно стање - $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ и обртна симетрија - $\frac{\partial}{\partial \vartheta} = 0$ и зависност од $|Z|$. Стога је за средњу брзину: $u_R = u_Z = 0$, $u = |\overline{\Theta}|$, $v_R = \dot{R}$, $v_\vartheta = \Theta - \overline{\Theta}$.

Кружна брзина $u_c = \omega_c R$, $\omega_c{}^2 = -\frac{1}{R}\frac{\partial \Pi}{\partial R}$ $Z = 0$.

Π – потенцијал гравитације. Ортове константе:

$A = -\frac{1}{2} R_\odot \left(\frac{d\omega_c}{dR}\right)_\odot$, $\omega_c(R_\odot) = A - B$; индекс $\odot$

значи да је извод за $R = R_\odot$, $Z = 0$; $\alpha = A/|B|$.

Класична формула

$$\left(\frac{\overline{v_\vartheta{}^2}}{\overline{v_R{}^2}}\right)_\odot = \frac{1}{1+\alpha} .$$

Орбите у случају танког диска су блиске кружницама у равни $Z = 0$. Кретања паралелно са овом равни и нормално на њу могу да се раздвоје. Због обртне симетрије важи одржање компоненте J_z специфичног момента количине кретања

$$J_z = R\Theta = \text{const} ,$$

а и квази-интеграл

$$E_p = \frac{1}{2}\left(\dot{R}^2 + \frac{{J_z}^2}{R^2}\right) - \Pi(R, 0) \approx \text{const} .$$

Екстремна растојања – најмање R_p и највеће R_a

$\Longrightarrow$ средње R_m и ексцентричност e

$$R_m = \frac{R_p + R_a}{2} , \; e = \frac{R_a - R_p}{R_p + R_a}$$

Ако у околини $R = R_\odot$ $(Z = 0)$ важи $u_c(R) \propto R^\delta$, онда је

$$\delta = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

Како је $e \approx 0$

$\delta \le 0$: $E_p = \frac{1}{2}{u_c}^2(R_m) - \Pi(R_m)$,

${J_z}^2 = {R_m}^2{u_c}^2(R_m)\{1 - 2[\delta(R_m) + 1]e^2\}$;

$\delta \ge 0$: $E_p = \frac{1}{2}[1 + 2\delta(R_m)e^2]{u_c}^2(R_m) - \Pi(R_m)$,

${J_z}^2 = {R_m}^2{u_c}^2(R_m)(1 - 2e^2)$.

Апроксимација $u_c(R) \propto R^\delta$ важи у широј области, $R \in [R_{pmin}, R_{amax}]$, R_{pmin} минимум у скупу $\{R_p\}$, R_{amax} максимум у скупу $\{R_a\}$. Сматра се да се све звезде из узорка налазе на $R = R_\odot$.

У складу са напред реченим

$$\overline{v_R{}^2} = \overline{\dot{R}^2},\ \overline{v_\vartheta{}^2} = \overline{\Theta^2} - \overline{\Theta}^2 \Longrightarrow$$

$$\overline{v_\vartheta{}^2} = \frac{\overline{J_z{}^2} - \overline{J_z}^2}{R_\odot{}^2}$$

$$\overline{\dot{R}^2} = 2\left[\overline{E_p} + \Pi(R_\odot, 0) - \frac{1}{2}\frac{\overline{J_z{}^2}}{R_\odot{}^2}\right]$$

Уводи се $\frac{R_\odot}{R_m} = 1 + e\phi$, $-1 \leq \phi \leq 1$.

$$u_c(R_m) = u_c(R_\odot)(1 + e\phi)^{-\delta}$$

На овај начин звезде су расподељене по двема променљивим - ϕ и e. Важи израз

$$v_R{}^2 = \dot{R}^2 = 2(\delta + 1)e^2(1 - \phi^2)u_c{}^2(R_\odot) \, .$$

Ради поједностављења разматрају се само звезде чије су ексцентричности $e \in [e, e + de]$, тј. као да све имају исте ексцентричности. Тада је расподела само по променљивој ϕ. Следи

$$\overline{v_R{}^2} = 2(\delta + 1)e^2\left(1 - \overline{\phi^2}\right) u_c{}^2\left(R_\odot\right) \, ;$$

$$\overline{v_\vartheta{}^2} = \frac{4(\delta+1)^2}{4} e^2\left(\overline{\phi^2} - \bar{\phi}^2\right)u_c{}^2\left(R_\odot\right) \, .$$

Дељењем последња два израза добијамо

$$\frac{\overline{v_\vartheta{}^2}}{\overline{v_R{}^2}} = \frac{4}{\alpha+1}\frac{\frac{1}{4}(\overline{\phi^2}-\bar{\phi}^2)}{1-\overline{\phi^2}}.$$

Одавде се види да се за $\bar{\phi} = 0$ и $\overline{\phi^2} = 1/2$ своди на класични израз.

Израз за средњу угаону брзину

$$\alpha \geq 1: \quad \omega(R_\odot) =$$

$$= (A-B)\left[1 - \frac{2}{1+\alpha}e\bar{\phi} + \frac{3+\alpha}{(1+\alpha)^2}e^2\overline{\phi^2} - \frac{2}{1+\alpha}e^2\right]$$

$$\alpha \leq 1: \quad \omega(R_\odot) =$$

$$= (A-B)\left[1 - \frac{2}{1+\alpha}e\bar{\phi} + \frac{3+\alpha}{(1+\alpha)^2}e^2\overline{\phi^2} - e^2\right]$$

Случај ближи стварности - расподела по ексцентричности

$$\int_{0}^{e_{max}} \mathrm{f}(e)de = 1$$

За сваки добијени израз, на пр. средњи квадрат својствене брзине

$$\overline{v_R{}^2} = \int_{0}^{e_{max}} \overline{v_R{}^2}(e)\mathrm{f}(e)de$$

У овом и аналогним изразима величине $\bar{\phi}$ и $\overline{\phi^2}$ су функције ексцентричности.

Дефиниција нашег стандарда мировања (the local standard of rest). Замишљена звезда танког диска која се креће у равни $Z = 0$ по кружници $R = R_{\odot}$ брзином $u_c(R_{\odot})$ у смеру обртања диска Млечног пута.

S. Ninković, Acta Astronomica, 68, 301-313, 2018.

ХВАЛА НА ПАЖЊИ!