Zapis označenih brojeva

U svim brojčanim sistemima važi opšti princip za zapis označenih brojeva:

Ako je $X_N \equiv x_{n-2} \ldots x_0$ neoznačen broj zapisan u brojčanom sistemu sa osnovom N, tada se označen broj predstavlja pomoću dodatne cifre na mestu najveće težine u zapisu broja, u obliku $Y = \pm X \equiv y_{n-1} y_{n-2} \ldots y_0$.

Način predstavljanja označenog broja:

1. znak i apsolutna vrednost
2. komplementa broja
3. sa uvećanjem

Zapis pomoću znaka i apsolutne vrednosti

$Y = \pm X \equiv y_{n-1}y_{n-2}\ldots y_0$ pri čemu je

$$y_i = \begin{cases} x_i & i \in [0, n-2] \\ 0 & i = n-1 \wedge \text{predstavlja se pozitivan broj } +X, \\ \text{N}-1 & i = n-1 \wedge \text{predstavlja se negativan broj } -X \end{cases}$$

Kako je neoznačen broj $X \equiv x_{m-2}\ldots x_0$ zapisan u osnovi N pomoću $m-1$ cifre tada je njegova vrednost u intervalu $[0, N^{m-1}-1]$. Odavde se dobija da je, u zapisu znak i apsolutna vrednost, moguća vrednost označenog broja $Y \equiv y_{n-1}y_{n-2}\ldots y_0$ u intervalu $[-(N^{n-1}-1), +(N^{n-1}-1)]$, odnosno $[-N^{n-1}+1), +N^{n-1}-1]$

Aritmetika u zapisu znak i apsolutna vrednost

Pravila za izvodjenje aritmetičkih operacija u zapisu znak i apsolutna vrednostu su:

1. Promena znaka brojeva se vrši tako što se cifra na mestu najveće težine u zapisu broja upisuje najveća cifra brojčanog sistema ako je na tom mestu bila nula, i obratno.

2. U slučaju sabiranja i oduzimanja, ako su dva broja istog znaka tada je takav i znak rezultata. Apsolutna vrednost rezultata se dobija kao zbir apsolutnih vrednosti sabiraka. Ako su dva broja različitog znaka, znak rezultata je jednak znaku broja koji ima veću apsolutnu vrednost, a apsolutna vrednost rezultata se dobija kada se oduzme manja apsolutna vrednost od veće (u skladu sa pravilima koja važe za oduzimanje neoznačenih brojeva).

3. U slučaju množenja i deljenja, ako su oba broja istog znaka rezultat je pozitivan. U suprotnom je rezultat negativan. Apsolutna vrednost rezultat se dobija kao proizvod ili količnik apsolutnih vrednosti činilaca.

Jedan od nedostatak ovog zapisa je mogućnost dvostrukog zapisa nule: kao +0 i kao -0. Posledica ove mogućnosti je stalna potreba da se ispituju dve vrednosti pri ispitivanju jednakosti na nulu što usložnjava izvršavanje aritmetičkih operacija

Zapis uz korišćenje komplementa broja

- Pozitivni brojevi se zapisuju isto kao i u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Negativni brojevi se zapisuju tako što se izračuna $K - X$ gde je K *komplementaciona konstanta*.

Aritmetika u zapisu pomoću komplementa

1. Promena znaka broja X se svodi na komplementiranje tekuće vrednosti izračunavanjem $K - X$.
2. Sabiranje dva broja X i Y se realizuje kao sabirenje neoznačenih brojeva po modulu koji je jedan komplementacionoj konstanti K.
3. Oduzimanje se realizuje komplementiranjem umanjioca i sabiranjem dobijene vrednosti sa umanjenikom: $X - Y = X + (K - Y)$.
4. Množenje i deljenje se realizuje na sličan način kao u dekadnom sistemu (naravno, uz sabiranje i oduzimanje po prethodnim pravilima)

Izbor komplementacione konstante

Komplementaciona konstanta se odnosi samo na negativne brojeve; pozitivni brojevi se sapisuju na isti način kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.

Najefikasnije izvršavaje operacija se dobija za sledeće vrednosti K:

1. $K = N^n - 1$ - komplement umanjene osnove ili $N-1$-vi komplement. Izborom ove vrednosti za K dobijaju se sledeće pogodnosti:

   - Pri traženje ostatka po modulu (tj. sabiranju brojeva) prenos sa mesta najveće težine se dodaje na mesto najmanje težine zbira.
   - Komplementiranje broja može da se izvede na dva načina:
     (a) izračunavanjem $K - X$, ili
     (b) zamenom svake cifre x_i sa vrednošću $N - 1 - x_i$.

   Postoje dva zapisa -: +0 i -0. Zbog toga, interval zapisa je simetričan i brojevi u ovom zapisu pripadaju intervalu $[-N^{n-1} + 1, +N^{n-1} - 1]$

2. $K = N^n$ - komplement u odnosu na osnovu sistema ili N-ti komplement (*radix* komplement). Izborom ove vrednosti za K dobijaju se sledeće pogodnosti:

   - Pri traženje ostatka po modulu (tj. sabiranju brojeva) ignoriše se prenos sa sa pozicije najveće težine.
   - Komplementiranje broja može da se izvede na dva načina:
     (a) izračunavanjem $K - X$, ili
     (b) tako što se u prvom koraku svaka cifra x_i zameni sa vrednošću $N - 1 - x_i$, i u drugom koraku, doda se 1 na poziciju najmanje težine.

   Za ovu izabranu vrednost K nula ima jedinstven zapis kao +0. Interval brojeva koji mogu da se predstave u ovom zapisu jednak $[-N^{n-1}, +N^{n-1} - 1]$. Interval je nesimetričan jer se nula smatra pozitivnim brojem.

Formalno, ako je $X_N \equiv x_{n-2}x_{n-3}\ldots x_0$ neoznačen broj, tada je

- $Y = -X \equiv (N-1)\bar{x}_{n-2}\bar{x}_{n-3}\ldots\bar{x}_0$
  pri čemu je $\bar{x}_i = N-1-x_i, i \in [0, n-2]$, u slučaju $N-1$-og komplementa

- $Y = -X \equiv ((N-1)\bar{x}_{n-2}\bar{x}_{n-3}\ldots\bar{x}_0) + 1$
  pri čemu je $\bar{x}_i = N-1-x_i, i \in [0, n-2]$, u slučaju komplementa osnove

Ovaj način zapisa se naziva zapis sa komplementom jer za svaki pozitivan broj $\mid X \mid$ važi da je

1. $\mid X \mid + (-\mid X \mid) = N^n - 1$ u komplementu umanjene osnove

2. $\mid X \mid + (-\mid X \mid) = N^n$ u komplementu osnove

odnosno broj i njegova negacija su uzajamni komplementi.

Zapis uz dodavanje uvećanja

Ovaj način zapisa predstavlja specijalan slučaj zapisa pomoću komplementa u kome se označeni broj zapisuje tako što se njegova vrednost sabere sa konstantom k, i dobijeni zbir se zapiše pomoću komplementa osnove. Vrednosti k je poznata pod nazivom *uvećanje* ili *višak*, dok se za za broj zapisan sa uvećanjem k kaže da je zapisan *u kodu višak* k.

Aritmetika u zapisu sa dodavanjem uvećanja

Aritmetika u ovom zapisu se svodi na aritmetiku u zapisu pomoću komplementa uz odredjene specifičnosti:

$X + Y + \text{uvećanje} = (X + \text{uvećanje}) + (Y + \text{uvećanje}) - \text{uvećanje}$

$X - Y + \text{uvećanje} = (X + \text{uvećanje}) - (Y + \text{uvećanje}) + -\text{uvećanje}$

Broj	Znak i apsolutna vrednost	$N-1$-vi komplement	N-ti komplement	Višak 4
$(+127)_{10}$	0127	0127	0127	0131
$(-127)_{10}$	9127	9872	9873	9877
$(+64)_{8}$	064	064	064	070
$(-64)_{8}$	764	713	714	720
$(+AB)_{16}$	0AB	0AB	0AB	0AF
$(-AB)_{16}$	FAB	F54	F55	F59
$(+101)_{2}$	0101	0101	0101	01001
$(-101)_{2}$	1101	1010	1011	11111

Tabela 1: Zapis označenih celih brojeva u različitim brojčanim sistemima u zapisima znak i apsolutna vrednost, N-1-vi komplement, N-ti komplement i višak 4